

E. F. Stevenson

ZEITSCHRIFT FÜR ANGEWANDTE PHYSIK

STERE
PLEASE
CRANE, OHIO
COLUMBUS, O.
WILL BE SENT

Please return promptly to
Chemical Abstracts
OHIO STATE UNIV., COLUMBUS 10, O.

HERAUSGEGEBEN VON

W. MEISSNER R. VIEWEG G. JOOS

ZWEITER BAND

1. HEFT

MIT 72 TEXTABBILDUNGEN

ABGESCHLOSSEN AM 1. JANUAR 1950



SPRINGER-VERLAG / BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG

J. F. BERGMANN / MÜNCHEN

1950

ngew.
sik

Preis DMark 9.80

Die

Zeitschrift für angewandte Physik

erscheint zunächst zwanglos in einzeln berechneten Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Es werden aufgenommen:

1. Originalarbeiten in knapper, sachlicher Darstellung aus allen Gebieten der angewandten Physik.

2. Zusammenfassende Berichte über ein größeres Gebiet der angewandten Physik.

3. Buchbesprechungen aus Physik und Grenzgebieten.

Die Autoren werden gebeten:

1. ihren Vornamen auszuschreiben,

2. den Ursprungsort der Arbeit am Kopf der Arbeit anzugeben,

3. eine kurze Zusammenfassung am Schluß der Arbeit zu bringen,

4. die Abbildungen auf das Notwendigste zu beschränken und schematische, durch Strichätzung reproduzierbare Figuren zu bevorzugen. Zeichnungen brauchen nur in Bleistift ausgeführt zu sein. Ist die Wiedergabe von Photographien jedoch notwendig, so wird gebeten, eventuelle Beschriftungen oder Kennzeichnung einzelner Stellen nur auf einem besonderen Deckblatt anzugeben. Dabei ist auch die Angabe der Bildteile erwünscht, die bei der Reproduktion in Wegfall kommen können (Abstriche).

Autorenkorrekturen, d. h. nachträgliche Textänderungen, werden, soweit sie 10% der Satzkosten überschreiten, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Von jeder Arbeit werden den Autoren je 75 Sonderdrucke unentgeltlich geliefert.

Manuskripte und für die Herren Herausgeber bestellte Zuschriften sind vorerst nur zu richten an:

Herrn Prof. Dr. W. Meissner,
München,

Technische Hochschule,
Walter-von-Dyck-Platz 1.

Auf möglichst rasche Publikation der eingegangenen Arbeiten werden Herausgeber und Verlag bedacht sein.

Es wird ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, daß mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder an den Verlag übergeht, und zwar bis zum 31. Dezember desjenigen Kalenderjahres, auf das Jahr des Erscheinens folgt. Hieraus ergibt sich grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden können, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind. Auch verpflichtet sich der Autor, die Arbeit nachträglich nicht anderweitig innerhalb dieses Zeitraumes zu veröffentlichen.

Die Zeitschrift ist durch die Buchhandlungen zu beziehen.

Anzeigen werden vom Springer-Verlag, Berlin, Reichpietschufer 20 (brit. Sektor), angenommen. Die Anzeigenpreise werden unter Angabe der Größe und des Platzes ermittelt.

SPRINGER-VERLAG

Heidelberg
Neuenheimer Landstr. 24
Fernsprecher 2440

Berlin-Charlottenburg 2
Jebensstr. 1
Fernsprecher 32 20 70

J. F. BERGMANN

München 27
Trogerstr. 56
Fernsprecher 40599

INHALT:

	Seite	
GLUBRECHT, HELLMUT, Elektrisches Rechengerät für Gleichungen höheren Grades. Mit 11 Textabbildungen	1	FÜNFER, EWALD, Zur Wirkungsweise von Röntgenblitzrohren. Mit 8 Textabbildungen
EULER, J., und A. FIEBIGER, Über das Flickern der Bogenlichtkohlcn. Mit 2 Textabbildungen	8	GÜTTNER, WERNER, Kristallhörner für tragfähige Hörschallhilfen. Mit 14 Textabbildungen
HEIMBOLD, H. B., Zur Entstehung eines freien Verdichtungsstoßes in der stationären ebenen Unterschallströmung. Mit 5 Textabbildungen	9	RUST, HANS HEINRICH, und HELMUT ENDESFELDER, Verfahren zur Messung kleiner Gleichspannungen. Mit 3 Textabbildungen
WILSDORF, HEINZ, Über das Wachstum elektrolytisch erzeugter poriger Aluminiumoxydschichten. Mit 7 Textabbildungen	17	BERICHTE:
LEHRER, ERWIN, und EDGAR EBBINGHAUS, Ein Apparat zur Sauerstoffmessung in Gasgemischen auf magnetischer Grundlage. Mit 6 Textabbildungen	20	GAST, THEODOR, Entwicklungslinien bei Brückenanordnungen für dielektrische Messungen. Mit 16 Textabbildungen
		Buchbesprechungen

Taschenbuch für Chemiker und Physiker

Herausgegeben von

Dr.-Ing. Jean D'Ans

und

Dr. phil. Ellen Lax

Professor an der Techn. Universität Berlin-Charlottenburg

Physikerin in Berlin

Mit 350 Abbildungen und graphischen Darstellungen. Zweite, berichtigte Auflage.

VIII, 1896 Seiten. 1949. Ganzleinen DMark 36.—.

Das Taschenbuch für Chemiker und Physiker ist seit Jahren weiten Kreisen von Wissenschaftlern und Praktikern zu einem unentbehrlichen Vademecum für die Laboratoriumspraxis geworden. Da eine Neubearbeitung, die den praktischen Bedürfnissen und der wissenschaftlichen Entwicklung Rechnung trägt, längere Vorbereitungsarbeit erfordert, wird den vielfach geäußerten dringenden Wünschen durch Vorlage eines berichtigten Neudrucks entsprochen.

SPRINGER-VERLAG / BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG

Elektrisches Rechengrät für Gleichungen höheren Grades.

Von HELLMUT GLUBRECHT, Hannover.

Mit 11 Textabbildungen.

(Eingegangen am 15. Juni 1949.)

1. Einleitung und Grundlagen.

Die Apparatur, die hier beschrieben werden soll, gehört ihrem Grundprinzip nach zu einer Gruppe von Geräten, bei denen das allgemeine Verfahren der physikalischen Forschung gleichsam umgekehrt wird. Während normalerweise in der Physik ein bestimmter experimenteller Befund gegeben ist und man nun nach geeigneten mathematischen Beziehungen sucht, die diesen Befund beschreiben, ist es bei solchen Rechengräten gerade umgekehrt. Man hat eine bestimmte mathematische Beziehung, die man in Einzelfällen numerisch auswerten will und sucht jetzt einen physikalischen Vorgang, der durch eben diese Beziehung beschrieben wird. Anstatt dann in jedem Einzelfall die mathematische Beziehung in der üblichen gedanklichen Form umzuwandeln und aufzulösen, läßt man den korrespondierenden physikalischen Vorgang ablaufen und mißt an seinem Ende diejenigen Kenngrößen, die den gesuchten mathematischen Symbolen entsprechen.

Ein bekanntes Beispiel ist die Anwendung der KIRCHHOFFSchen Gesetze zur Lösung von Systemen linearer Gleichungen mittels elektrischer Netzwerke.

In unserem Falle hat der aufzulösende mathematische Ausdruck die Form

$$w = a_n \cdot z^n + a_{n-1} \cdot z^{n-1} + \dots + a_1 \cdot z + a_0 = 0, \quad (1)$$

d. h. also die Form der allgemeinen algebraischen Gleichung höheren Grades. Die Unbekannte z ist komplex anzunehmen

$$z = r \cdot e^{i\varphi} = x + iy. \quad (2)$$

Beim Einsetzen von (2) in (1) ergeben sich die beiden Gleichungen

$$u = a_n \cdot r^n \cdot \cos n\varphi + \dots = 0, \quad (3a)$$

$$v = a_n \cdot r^n \cdot \sin n\varphi + \dots = 0 \quad (3b)$$

für Real- und Imaginärteil von w , die für jeden Lösungswert z in (1) beide zugleich erfüllt sein müssen.

Die Form der Gl. (3a) und (3b) läßt ohne weiteres eine physikalische Deutung zu, wenn man

$$\varphi = \omega t \quad (4)$$

setzt. u und v erscheinen dann als Summen harmonischer Schwingungen der Form

$$a_p \cdot r^p \cdot \cos p\omega t \quad \text{bzw.} \quad a_p \cdot r^p \cdot \sin p\omega t. \quad (5)$$

Die Schwingungsvorgänge können z. B. elektrischer Art sein.

Beobachtet man nun den zeitlichen Ablauf der überlagerten Schwingungen, so wird man immer dann eine Lösung von (1) erhalten, wenn bei bestimmten Werten von r und t in beiden Schwingungsvorgängen gleichzeitig der Momentanwert Null durchlaufen wird.

Es sei noch erwähnt, daß sich an dieser Deutung wenig ändert, wenn man die Koeffizienten a_p komplex annimmt. Es ist dann

$$a_p = A_p \cdot e^{i\psi_p} \quad (6)$$

und man erhält statt der Ausdrücke (5)

$$A_p \cdot r^p \cdot \cos(p\omega t + \psi_p) \quad \text{bzw.} \quad A_p \cdot r^p \cdot \sin(p\omega t + \psi_p). \quad (7)$$

Die leichte Herstellbarkeit harmonischer elektrischer Schwingungen legte es nahe, das Gerät elektrisch arbeiten zu lassen. Die Frage ist nur, wie am besten der Ablauf und die Beobachtung der elektrischen Schwingungsvorgänge technisch zu realisieren ist.

2. Bisherige Vorschläge.

Auf der beschriebenen Grundlage sind bereits 2 Vorschläge zur elektrischen Lösung von Gleichungen höheren Grades gemacht worden. Der eine stammt von TISCHNER [1]¹ und ist die Übersetzung eines vor mehreren Jahren in Amerika beschriebenen mechanischen Gerätes in eine entsprechende elektrische Anordnung. Dieses Gerät bildet die sog. Polarkurven der Gl. (1) ab, d. h. die Kurve, die der Endpunkt des komplexen Vektors w bei festgehaltenem Werte $r = \text{const}$ beschreibt. Diese Polarkurven haben z. B. für den Ausdruck

$$w = a_2 \cdot z^2 + a_1 \cdot z + a_0$$

etwa die in Abb. 1 wiedergegebene Gestalt.

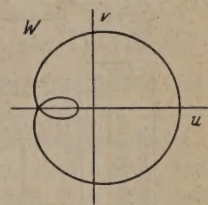


Abb. 1. Polarkurve bei einer Gleichung 2. Grades.

Das TISCHNERSche Gerät sollte in großen Zügen den in Abb. 2 wiedergegebenen Aufbau haben. Der Einfachheit halber sind alle Leitungen einpolig gezeichnet. Man kann sich die zweite Leitung jeweils geerdet vorstellen. Ein Generator G erzeugt eine harmonische Wechselspannung der Form $r \cdot \cos \omega t$. Diese Wechselspannung wird auf eine Frequenzvervielfacherschaltung gegeben und die einzelnen Oberwellen werden dann durch Filter $F_1 - F_n$ herausgesiebt. Die so entstehenden Wechselspannungen $r \cdot \cos p\omega t$ werden durch n Dämpfungsglieder $a_1 - a_n$ mit den entsprechenden Koeffizienten a_p versehen. Dann folgt eine Reihe weiterer Dämpfungsglieder, die so miteinander gekoppelt sind, daß das zweite bei Änderung des ersten die Amplitude um einen Faktor vergrößert oder verkleinert, der dem Quadrat des Faktors im ersten Kanal entspricht. Das dritte Dämpfungsglied ändert entsprechend nach der dritten Potenz usw. Man hat hiernach in den n Kanälen Wechselspannungen der gewünschten Form

$$a_p \cdot r^p \cdot \cos p\omega t$$

¹ Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Ende der Arbeit.

und muß jetzt nur noch, um die zwei verschiedenen Gl. (3a) und (3b) erfüllen zu können, zu jeder cos-Funktion die zugehörige sin-Funktion erzeugen und dann die beiden Reihen von Einzelschwingungen entsprechend überlagern. Dies kann leicht durch Schaltungen aus Widerständen und Kondensatoren geschehen, die die erforderliche Phasendrehung hervorrufen. In Abb. 2 sind die entsprechenden Glieder mit „cos“ und „sin“ bezeichnet. Die Summe aller

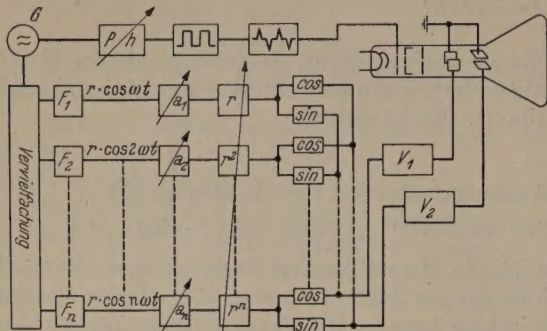


Abb. 2. Elektrisches Rechengesetz nach TISCHNER.

cos- bzw. sin-Anteile wird dann über die Verstärker V_1 und V_2 an die beiden Plattenpaare einer Kathodenstrahlröhre gelegt. Dann wird der Strahl auf dem Leuchtschirm die Polarkurve der Funktion $w - a_0$ [vgl. Gl. (1)] beschreiben, da auf die Platten die Wechselspannungen für alle Glieder $a_v \cdot z^v$ übertragen werden und nur der Gleichspannungsanteil a_0 fehlt. Bringt man auf oder vor dem Leuchtschirm ein

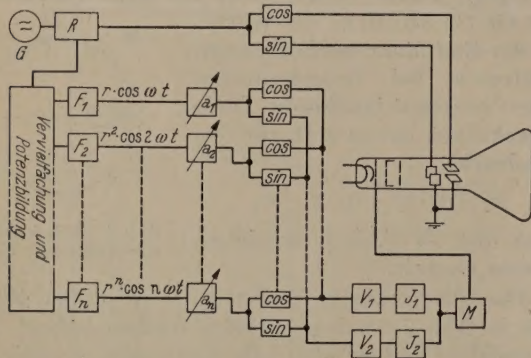


Abb. 3. Elektrisches Rechengesetz nach RASCH.

Koordinatennetz an, so kann man erkennen, für welche Werte r die eingestellte Gleichung eine Lösung hat: Es muß die Polarkurve, die zu diesem r -Wert gehört, die negative reelle Achse bei $-a_0$ schneiden. Einfacher kann man auch die Gl. (1) durch Multiplikation mit z homogen machen und bekommt dann Lösungswerte, wenn die Polarkurve durch den Nullpunkt geht.

Den Phasenwinkel $\varphi = \omega t$, der zu der betreffenden Lösung gehört, wird mit einer Hilfsschaltung ermittelt, die die Dunkelsteuerung der Kathodenstrahlröhre am Gitter hinter dem WEHNELT-Zylinder beeinflusst. Die Schaltung besteht aus einem einstellbaren Phasendreher, mit dem man die Phase der Grundschwingung $r \cdot \cos \omega t$ zwischen 0 und 360° verschieben kann. Es folgt eine Begrenzerschaltung, die aus der sin-Schwingung eine rechteckig geformte herstellt, und darauf ein differenzierendes Netzwerk, das nur auf die Änderungen der Spannung du/dt anspricht und z. B.

aus einem kleinen Kondensator mit nachfolgender Widerstand besteht. Man erhält dann statt der Rechteckkurve einen impulsförmigen Schwingungszug, bei dem die positiv gerichteten Impulse je einmal während einer Periode auftreten und in ihrer Phase durch die Einstellung des Phasendrehers Ph bestimmt sind. Gibt man nun dem Gitter der Kathodenstrahlröhre eine so große negative Vorspannung, daß der Strahl auf dem Schirm gerade nicht mehr sichtbar ist, und überlagert dieser Vorspannung die Impulse, so wird immer in einem bestimmten Punkte der Polarkurve, die ja gerade einer Periode der Grundschwingung entspricht, ein Aufleuchten auftreten. Man hat nun lediglich den Phasendreher Ph so einzustellen, daß dieser helle Punkt auf der negativen reellen Achse bzw. bei entsprechender Umformung der Gleichung im Nullpunkt des Koordinatensystems liegt. Das Ergebnis für den so aufgesuchten Lösungspunkt ist dann an den Einstellungen der gekoppelten Dämpfungsglieder r, r^2 usw. und an der Stellung von Ph abzulesen.

Einen wesentlich weiteren Schritt zur Automatisierung des Gerätes stellt der Vorschlag von RASCH [2] dar. Er ist im Prinzip in Abb. 3 wiedergegeben. RASCH hatte als erster die Idee, die Potenzbildung ebenfalls auf rein elektrischem Wege vorzunehmen. Er ging davon aus, daß der Ausdruck

$$\cos^v \alpha$$

außer dem Gliede

$$\frac{1}{2^v - 1} \cdot \cos v \alpha$$

nur Anteile mit

$$\cos(v-2)\alpha; \quad \cos(v-4)\alpha \text{ usw.}$$

enthält. Gibt man also die Grundschwingung $r \cdot \cos \omega t$ auf eine Schaltung mit nichtlinearer Kennlinie, so wird am Ausgang dieser Schaltung eine Spannung $r^v \cdot \cos v \omega t$ auftreten, die durch ein Filter herausgesiebt werden kann. Mit derselben Frequenz, d. h. demselben Werte, aber mit falschen Koeffizienten treten jedoch auch noch Anteile von höheren Potenzen auf, z. B. enthält auch

$$\cos^{v+2} \alpha$$

ein Glied mit

$$\cos v \alpha.$$

Allerdings ist dieses, wenn die Amplitude wieder ist, um $\frac{(v+2) \cdot r^2}{2^{v+2}}$ kleiner als der gewünschte Anteil und sofern $r \ll 1$ ist, wird dieses Glied nicht mehr ins Gewicht fallen.

Das Gerät nach RASCH (Abb. 3) besteht also aus einem Generator G , der die Grundschwingung $r \cdot \cos \omega t$ erzeugt, dann einem Regelglied R , das die Amplitude zu verändern erlaubt, und von dort wird eine Spannung, die der Grundschwingung entspricht, auf ein Aggregat geeigneter nichtlinearer Netzwerke geleitet. Hinter dieser Schaltung, die also gleichzeitig zur Vervielfachung und Potenzbildung dient, folgen wieder Filter $F_1 - F_n$ und hinter ihnen hat man schon die gewünschten Spannungen

$$r^v \cdot \cos v \omega t.$$

Durch weitere Dämpfungsglieder werden dann genau wie bei TISCHNER die Koeffizienten erzeugt und entsprechend wird die Aufspaltung in sin- und cos-Schwingungen vorgenommen.

Die Anzeige auf der Kathodenstrahlröhre erfolgt hier in einer völlig anderen, sehr eleganten Form. In den beiden Plattenpaaren der Kathodenstrahlröhre liegt mit einer gegenseitigen Phasenverschiebung von 90° die vom Regler R herkommende Grundschwingung. Der Kathodenstrahl beschreibt also auf dem Leuchtschirm, wenn man den Regler z. B. zwischen 0 und 1 variiert, eine Spirale. Durch eine geeignete Dunkelsteuerung wird nun dafür gesorgt, daß auf diesem spiralförmigen Wege nur in den Punkten, in denen eine Lösung vorliegt, die Lösungspunkte von (1) unmittelbar auf der Schirmebene entsprechend ihrer Lage in der komplexen Ebene sichtbar werden. Um dies zu erreichen, wurde von RASCH vorgeschlagen, die Summe der \sin - bzw. \cos -Anteile nach Verstärkung in V_1 und V_2 auf impulsbildende Schaltungen J_1 und J_2 zu geben, die genau so arbeiten, wie die oben beschriebene Dunkelsteuerungseinrichtung zur Phasenanzeige. Das heißt, es tritt hinter diesen Schaltungen immer dann eine Spitze auf, wenn die überlagerten Spannungen u und v nach Gl. (3a) und (3b) durch Null gehen. Eine Modulatorschaltung M , die nur einen Impuls weitergibt, wenn sie sowohl von u als auch von J_2 her einen Impuls erhält, wird also nun gerade immer den Kathodenstrahl auf den Leuchtschirm auftreffen lassen, wenn sowohl Gl. (3a) als auch (3b) erfüllt sind, wenn also eine Lösung vorliegt.

Die Regelung der Amplitude r in R kann selbstverständlich automatisch geschehen. Sie braucht nur zwischen 0 und 1 zu schwanken, denn die Lösungen mit $r > 1$ lassen sich erhalten, wenn man in (1) $z = z^{-1}$ substituiert, durch z^n dividiert und die Gleichung nach ζ auflöst.

Zusammenfassend läßt sich über diese beiden Vorschläge für die Realisierung des in Abschnitt 1 beschriebenen Prinzips folgendes sagen: Das Gerät nach TISCHNER könnte in der angegebenen Weise ohne weiteres gebaut werden. Allerdings würde die Herstellung der gekoppelten Dämpfungsglieder mechanisch ziemlich mühsam sein. Das Gerät nach RASCH wäre demgegenüber wesentlich eleganter in seiner Arbeits- und Anzeigeweise, jedoch ist seine Ausführung wie im folgenden Abschnitt näher erörtert wird, mit nicht geringen Entwicklungsproblemen behaftet. Das Gerät, das vom Verfasser in seiner Weiterbildung der beschriebenen Vorschläge entwickelt und gebaut wurde und dem im wesentlichen der Entwurf von RASCH zugrunde liegt, soll nun im 4. Abschnitt in seiner prinzipiellen Wirkungsweise und im 5. Abschnitt in seiner technischen Ausführung beschrieben werden.

3. Prinzip des neuen Geräts.

Betrachtet man die beiden besprochenen Entwürfe vom mathematischen Gesichtspunkt aus, so lassen sie sich dahingehend kennzeichnen, daß in dem ersten die w -Ebene, in dem zweiten die z -Ebene auf der Kathodenstrahlröhre abgebildet wird. Es liegt natürlich nahe, da sich beide Geräte in ihrem Aufbau unterscheiden, die Anordnung so vorzunehmen, daß man auf zwei nebeneinanderliegenden Kathodenstrahlröhren die w - und die z -Ebene gleichzeitig abbildet. Dieses Prinzip erlaubt, wie weiter unten entwickelt wird, ein sehr einfaches und sicheres Anzeigeverfahren für

die Lösungen. Außerdem hat man durch eine doppelte Einstellung für jeden Lösungswert die Möglichkeit einer Kontrolle.

Bevor die Gesamtanordnung und die wirkliche Ausführung dieses Gerätes besprochen wird, müssen die beiden Grundprobleme zur Lösung gebracht werden, die in dem Vorschlag nach RASCH noch enthalten sind.

Das erste Problem ist das der Potenzbildung. Auf die Problematik der oben angeführten ursprünglichen Idee, einfach Schaltungen mit nichtlinearer Kennlinie zu verwenden, braucht hier nicht mehr eingegangen zu werden. Auf eine andersartige sukzessive Methode läßt sich aber eine unbedingt genaue, ja — wie in Abschnitt 4 gezeigt wird — äußerst exakte Erzeugung der Schwingungen $r^v \cdot \cos v \omega t$ bewerkstelligen. Es ist nämlich von anderen Anwendungen her die Möglichkeit bekannt, Modulationsschaltungen aufzubauen, die beim Anlegen zweier verschiedener Wechselspannungen am Ausgang eine Spannung erzeugen, die dem Produkt dieser Wechselspannungen proportional ist. Besonders geeignet sind hierfür Röhren mit 2 Steuergrittern. Abb. 4 zeigt eine solche Schaltung. An den beiden Gittern sollen die Spannungen

$$u_1 = r \cdot \cos \omega t$$

und

$$u_2 = r^v \cdot \cos v \omega t$$

liegen. Anodenseitig erhält man dann die Spannung

$$u_a = A \cdot r \cdot \cos \omega t \cdot r^v \cdot \cos v \omega t$$

$$= A/2 \cdot r^{v+1} \cdot [\cos(v+1)\omega t + \cos(v-1)\omega t]$$

aus der durch ein Filter F der gewünschte Anteil mit $r^{v+1} \cdot \cos(v+1)\omega t$ abgesiebt werden kann. A ist eine Konstante, die von den Verstärkungseigenschaften der Röhre abhängt. Wesentlich ist, daß außer den angegebenen beiden Spannungsanteilen, d. h. also den beiden Seitenbändern im wesentlichen nur noch die vorn angelegten Wechselspannungen auf der Anodenseite auftreten können. Spannungen mit der auszusiebbenden Kreisfrequenz $(v+1)\omega$ treten auf keinen Fall mehr auf, es sei denn, daß $v = 1$ ist. In diesem Falle, bei der Erzeugung des quadratischen Gliedes also, kann man sehr gut Röhren mit parabelförmigen Kennlinien verwenden, da diese Kennlinienform meistens gut eingehalten wird. Die wenigen bei der multiplikativen Modulation auftretenden Frequenzen erlauben noch eine besonders günstige Dimensionierung der Filterschaltung F , die weiter unten bei den technischen Einzelheiten kurz besprochen werden soll.

Wie die ebenfalls im folgenden Abschnitt dargestellten Vorversuche gezeigt haben, ist mit dem beschriebenen schrittweisen Verfahren das Problem der Potenzbildung wirklich gelöst und es bleibt jetzt als zweites die Frage einer geeigneten Anzeige der Lösungen.

Längere Versuche ergaben nämlich, daß es praktisch unmöglich ist, bei der verschiedenartigen Steilheit der Nulldurchgänge von Wechselspannungen der Gestalt (3a) und (3b) auch nur einigermaßen einheitliche und präzise definierte Impulsspitzen herzustellen. Das Anzeigeverfahren nach RASCH, das diese Nulldurchgänge gewissermaßen nur eindimensional, d. h.

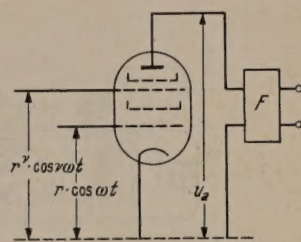


Abb. 4. Schaltung zur elektrischen Potenzbildung.

nur in der Ordinate ausnutzt, ist also technisch undurchführbar. Andererseits ist die Idee RASCHS, die Lösungspunkte aus dem Kontinuum herauszublenzen, das der spiralförmig die z -Ebene durchwandernde

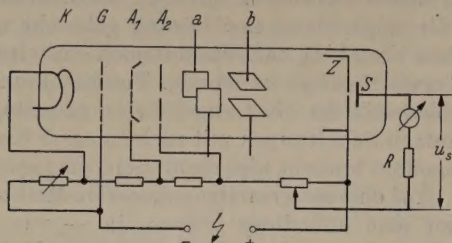


Abb. 5. Spezialröhre zur Anzeige der Nulldurchgänge des Kathodenstrahls.

Kathodenstrahl beschreibt, so bestechend, daß auf sie nicht verzichtet werden sollte. So entstand die Idee, die Nulldurchgänge der Polarkurven in der w -Ebene, also ein zweidimensionales Nullwerden zur Bildung

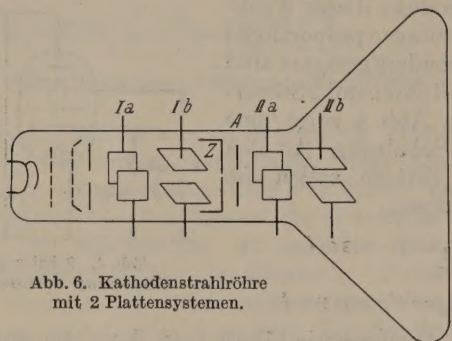


Abb. 6. Kathodenstrahlröhre mit 2 Plattensystemen.

der Impulse für die Dunkelsteuerung auszunutzen. In der einfachsten Form könnte dies so gemacht werden, daß vor den Nullpunkt einer Kathodenstrahlröhre, die die w -Ebene abbildet, eine Blende

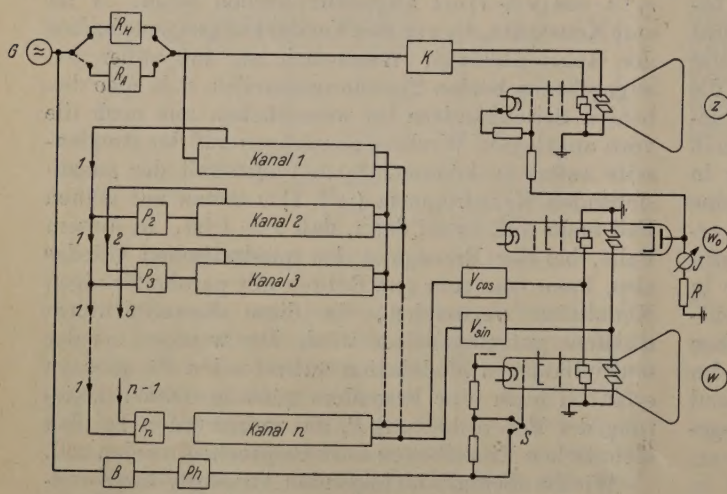


Abb. 7. Elektrisches Recheng Gerät, neue Ausführung.

gesetzt wird, und der Augenblick, in dem der Kathodenstrahl innerhalb dieser Blende erscheint, mittels einer Photozelle zur Anzeige kommt.

Wesentlich günstiger ist es noch, wenn man den Umweg über Fluoreszenzschirm und Photozelle spart und von vornherein eine geeignet konstruierte Kathodenstrahlröhre verwendet. Eine solche Röhre ist in ihren wesentlichen Zügen in Abb. 5 dargestellt. Die Spannungszuführung zu den Elektroden ist dabei nur teilweise angedeutet. Das System ist hinsichtlich

Kathode K, Gitter G, der beiden Anoden A_1 und A_2 und der Plattenpaare a und b genau wie jede Kathodenstrahlröhre aufgebaut. Dahinter jedoch folgt eine zylindrisch ausgestaltete weitere Anode Z, die ähnlich wie bei Nachbeschleunigungsrohren — noch auf einem höheren Potential liegt als A_2 . Sie hat in ihrer Mitte eine kleine zylindrische Bohrung und dahinter einen auch auf einer hohen Spannung liegenden Stempel S, der der Übersichtlichkeit halber noch mit Leuchtmasse bestrichen sein kann. Der Kathodenstrahl wird nun, sobald er in irgend eine Richtung aus seiner Mittellage abgelenkt ist, auf die Anode Z fallen. Nur wenn er gar nicht abgelenkt wird, bzw. die ablenkenden Spannungen an den Plattenpaaren a und b sich aufheben, wird er durch die Öffnung auf S fallen und in dem Widerstand einen Strom und damit einen Spannungsabfall erzeugen. Dieser Spannungsabfall kann dann mit geeigneter Polung zwischen Kathode und Gitter einer normalen Kathodenstrahlröhre gelegt werden, so daß diese immer nur dann aufleuchtet, wenn der Kathodenstrahl in der Hilfsröhre sich in der Nulllage befindet. Es sei noch erwähnt, daß dieses Prinzip der Anzeige sich weiter entwickeln ließe, wenn eine Röhre mit 2 Paaren von Ablenkplatten in der Anordnung nach Abb. 6 gebaut würde. In diesem Falle würde der durch die Öffnung der zylindrischen Anode Z austretende Strahl nicht erst zur Erzeugung eines Spannungsabfalls benutzt, sondern sogleich unter Beschleunigung durch eine weitere Anode A zwischen dem zweiten Paar von Ablenkplatten IIa und IIb hindurch geleitet. Für das vorliegend beschriebene Gerät wurde jedoch die Anordnung mit getrennter Hilfs- und Anzeigeröhre benutzt, einmal weil die Herstellung des Rohres mit 2 Plattenpaaren eine zu lange Zeit erfordert hätte und zweitens, weil der Strom durch R durch ein geeignetes Meßinstrument angezeigt und, wie unten erläutert wird, zur Kontrolle der Lösungen mitbenutzt wurde.

Es soll nun die Gesamtanordnung (Abb. 7) des neuen Gerätes beschrieben werden.

Die Grundwechselspannung wird im Generator G erzeugt und kann dann wahlweise auf 2 Regelglieder geschaltet werden, von denen das eine R_H für eine Änderung der Amplitude von Hand, das andere R_A für eine automatische Amplitudenregelung vorgesehen ist. Dann geht die Grundwechselspannung auf einer direkten Leitung zu der sog. „Kreisbildner“-Schaltung I, die die Zerlegung in eine sin- und eine cos-Schwingung vornimmt, die beiden zugehörigen Spannungen entsprechend dem RASCHSchen Vorschlag an die Plattenpaare der Kathodenstrahlröhre z gibt und damit bei Änderung der Amplitude durch R_H oder R_A eine lückenlose Überstreichung der z -Ebene ermöglicht. Zur Erzeugung der Glieder $a_v \cdot r^v \cdot \cos v \omega t$ bzw. $a_v \cdot r^v \cdot \sin v \omega t$ dienen die „Kanäle“ 1 bis n . Sie enthalten die Filter, die Schaltungen zur Einstellung der Koeffizienten, verschiedene Ausgleichs- und Regelglieder zur Justierung der ganzen Anlage, ferner je 2 Phasenglieder, um cos- und sin-Anteil auszusondern und schließlich einen Permutationsschalter, der es erlaubt, das Glied $r^v \cdot \cos v \omega t$ mit dem Koeffizienten a_{n-v} usw. zu versehen, d. h. ohne zusätzlichen Aufwand die reziproke Gleichung herzustellen. Es wird übrigens

genommen, daß die zu lösende Gl. (1) homogen bzw. durch Multiplikation mit z homogen gemacht werde, also kein konstantes Glied a_0 enthält. Einzelheiten über den Aufbau dieser Kanäle sollen noch im 4. Abschnitt erörtert werden.

Die Potenzbildung geht in der oben besprochenen Weise sukzessiv in den Röhrenmischschaltungen $P_1 \dots P_n$ vor sich. Die Grundwelle kann direkt auf Kanal 1 gegeben werden. Hinter dem Filter, das sicher, wie jeder Kanal am Eingang enthält, wird die Wechselspannung mit der Grundfrequenz wieder abgezweigt und auf P_2 , ein Rohr mit quadratischer Kennlinie gegeben. Ferner liegt die Wechselspannung mit der Grundfrequenz auch an allen weiteren potenzbildenden Mischschaltungen $P_3 \dots P_n$, und diese erhalten gleichzeitig aus dem jeweils vorhergehenden Kanal eine Wechselspannung mit der nächst niedrigeren harmonischen Frequenz zugeleitet. Liegen an P_3 Wechselspannungen mit den Kreisfrequenzen ω und 2ω , an P_4 Spannungen mit ω und 3ω usw. Am Ausgang der Kanäle werden genau wie in den früheren Geräten die sin- und cos-Spannungen erzeugt und auf 2 Verstärker V_{\cos} und V_{\sin} gegeben. Die nur zur Anzeige dienende Kathodenstrahlröhre w_0 und die Kathodenstrahlröhre w , auf der die w -Ebene bei dem TISCHNERSchen Gerät sichtbar werden kann, sind in ihren Plattenpaaren parallel geschaltet und erhalten beide die von den Verstärkern kommenden überlagerten sin- und cos-Anteile. Das Rohr w_0 dient in der besprochenen Weise zur Dunkelsteuerung der Röhre z , das Rohr w kann über einen Schalter S ebenfalls auf dunkel bzw. fast dunkel gestellt werden und erhält dann, wie es schon TISCHNER vorschlug, über einen Begrenzer B und ein von Hand regelbares Basenglied Ph Impulse, die es erlauben, einen bestimmten Phasenpunkt der Polarkurve aufleuchten zu lassen.

Es bestehen jetzt folgende Möglichkeiten für die Ableseung der Lösungen: 1. R_A kann zur Amplitudenregelung benutzt werden und es erscheinen dann die Punkte in der z -Ebene automatisch, wie es RASCH zuerst vorschlug. 2. Dieselbe Ableseung kann unter Benutzung des Handreglers R_H betätigt werden; diese Ableseung ist für genauere Zwecke von Vorteil, denn, wie im Abschnitt 4 noch näher ausgeführt wird, ist die automatische Ableseung wegen der unvermeidlichen Einschwingvorgänge und ferner wegen der niemals völlig ideal einzustellenden Justierung immer mit einer gewissen Unbestimmtheit behaftet. Es zeigt sich dies darin, daß nicht Punkte, sondern kleine Lichtflecken mit etwas verwischten Rändern auf dem Schirm erscheinen. Bei der Änderung der Amplitude am Hand erhält man statt dieser Flecken immer nur einen Strich, dessen Mitte wesentlich genauer zu bestimmen ist. Außerdem erscheint bei dieser zweiten Form der Einstellung auch bereits auf dem Schirm eine scharfe Polarkurve, die in dem Fall einer Lösung durch den Nullpunkt verlaufen muß und deren Gestalt überblicken läßt, ob es sich um eine mehrfache oder nur um mehrere dicht beieinander liegende Lösungen handelt. Schließlich zeigt auch bei der Einstellung des Handreglers für jeden Lösungswert das Instrument J einen Ausschlag, da in diesem Falle ja der Kathodenstrahl den Stempel der Anzeigeröhre trifft und durch den Widerstand R ein Strom fließt. 3. Man kann noch den Phasenregler Ph benutzen und anstatt

den Phasenwinkel in der Abbildung der z -Ebene abzulesen, die Dunkelsteuerung des Rohres w in Betrieb nehmen, um so nach TISCHNER eine genaue Phasenablesung am Einstellknopf von Ph zu ermöglichen.

Es bieten sich also die verschiedensten Möglichkeiten zur Ableseung und damit natürlich vielfältige Kontrollen. Wie man für den praktischen Gebrauch, besonders bei der Heranziehung physikalisch ungeschulter Kräfte das Ableseverfahren formalisieren will, kann hier dahingestellt bleiben. Es zeigte sich wenigstens, daß eine Justierung der Apparatur nur jedes Mal nach längerer Benutzungszeit erforderlich war. Diese Justierung kann natürlich nur durch Fachkräfte vorgenommen werden und das Gerät ist so konstruiert, daß alle hierzu erforderlichen Bedienungsknöpfe normalerweise unzugänglich sind.

Damit ist aber bereits der Übergang zur Besprechung der technischen Einzelheiten gegeben, die das Thema des 4. Abschnittes sein sollen.

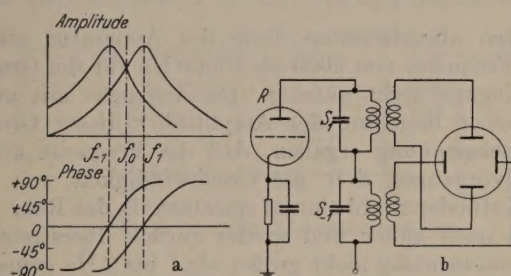


Abb. 8a u. b. Anordnung zur Erzeugung von Kreisbildern auf der Kathodenstrahlröhre. a Amplituden- und Phasencharakteristik der beiden Schwingungskreise; b Schaltung.

4. Vorversuche und praktische Ausführung.

Das Gerät, dessen Aufbau durchgeführt wurde, kann Gleichungen bis zum 7. Grade lösen. Die ersten Versuche hatten sich naturgemäß auf die geeignete Wahl der Grundfrequenz $f = \omega/2\pi$ der verwendeten Schwingungen zu richten. Gleichzeitig mußte dabei auch die Geschwindigkeit der automatischen Regelung für die direkte Abbildung der Lösungen nach RASCH bestimmt werden.

Hierzu wurde eine Schaltung aufgebaut, deren Gestalt und Wirkungsweise Abb. 8a, b wiedergeben. Dieselbe Schaltung, die sich als außerordentlich zweckmäßig erwies, wurde später als „Kreisbildner-Schaltung“ (K in Abb. 7) in die Gesamtapparatur eingebaut.

Im Anodenkreis einer Röhre R liegen 2 Schwingungskreise S_1 und S_{-1} , die so abgestimmt sind, daß ihre Resonanzfrequenzen f_1 und f_{-1} den gleichen Abstand von einer mittleren Frequenz f_0 haben. f_0 wird nun gleich der Grundfrequenz der benutzten Schwingungen gemacht. Wenn jetzt eine Wechselspannung mit dieser Frequenz f_0 an das Gitter von R gelegt wird, so treten in den Sekundärwicklungen der Schwingungskreise S_1 und S_{-1} zwei Wechselspannungen auf, die gegeneinander um 90° in der Phase verschoben sind, während ihre Amplituden gleich sind und das $1/\sqrt{2}$ -fache des Wertes betragen, den man jeweils für die Resonanzschwingungen von S_1 und S_{-1} erhalten würde. Durch Verändern der Spulen oder der Kondensatoren der beiden Kreise läßt sich die genaue Justierung sehr schön einstellen und man erhält, wenn man die Enden der Sekundärwicklungen an die beiden Plattenpaare einer Kathodenstrahlröhre anschließt, bei richtiger Justierung einen Kreis.

Der Vorteil der Schaltung besteht einmal in der Möglichkeit mit denselben Schaltelementen gleichzeitig Phase und Amplitude der an die Plattenpaare geleiteten Wechselspannungen zu beeinflussen, zum zweiten darin, daß man mit einer einzigen Röhre zur Erzeugung der ziemlich hohen an den Plattenpaaren benötigten Amplituden auskommt, denn die beiden Schwingungskreise können als Resonanztransformatoren unter Ausnutzung der Wicklungskapazitäten sekundärseitig äußerst hoch hinauf übersetzt werden.

Für die Dimensionierung der einzelnen Elemente der eben besprochenen Schaltung und auch aller

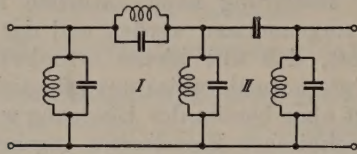


Abb. 9. Filter zur Aussiebung der Oberwellen nach der Potenzbildung.

anderen abgestimmten Teile der Apparatur schien eine Frequenz von 5000 bis 10000 Hz für die Grundschwingung recht günstig. Die Versuche mit automatischer Regelung der Amplitude r dieser Grundwechselspannung ergaben, daß die Frequenz dieses Regelvorganges, d. h. die Geschwindigkeit, mit der der Kathodenstrahl einmal spiralförmig das Rohr von innen nach außen und wieder zurück überstreichen soll, zweckmäßig nicht größer als 1 bis 2 Hz gemacht

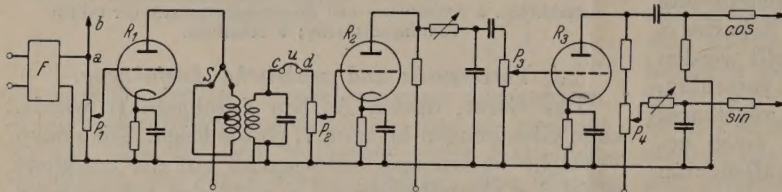


Abb. 10. Schaltung der Kanäle zur Koeffizientenbildung, Phasen- und Amplitudenkorrektur.

wird. Andernfalls machen sich nämlich schon an der einfachen Schaltung 8 und erst recht bei Zwischenschaltung der vielen anderen Filter und Phasenglieder in der Gesamtapparatur die Wirkungen der Seitenbänder und der Einschwingvorgänge bemerkbar. Im einzelnen sei auf die verschiedenen komplizierten Überlegungen, die zu diesen Fragen erforderlich waren, hier nicht weiter eingegangen. Endgültig wurde wenigstens die Grundfrequenz auf 5000 Hz und die Regelfrequenz auf 1 Hz festgelegt. Zur Erzeugung der Grundfrequenz wurde ein Quarz in Stabform als Biegeschwinger verwendet, der eine Frequenzgenauigkeit von 10^{-5} einhielt. Selbstverständlich muß ein nachleuchtendes Rohr genommen werden, damit das Auge die nur alle halbe Sekunde aufleuchtenden Lösungspunkte fortlaufend beobachten kann. Die Änderung der Amplitude wurde erst mit einer Modulatorschaltung versucht; dann erwies sich jedoch eine mechanische Regelung mit Hilfe eines umlaufenden Transformators als günstiger.

Über die Potenzzeugung ist bereits im 3. Abschnitt das Wesentliche gesagt. Das dort beschriebene Prinzip kann natürlich mit jeder Röhre, die 2 Steuergitter besitzt, verwirklicht werden. Gewählt wurde die Mischröhre ECH 11. An einer Schaltung mit dieser Röhre wurde mit einem Präzisionsröhrenvoltmeter von ROHDE und SCHWARZ z. B. für die

Potenzen von $r = 0,8$

0,640; 0,512; 0,41; 0,33; 0,26

gemessen. Das stimmt, soweit die Ablesegenauigkeit überhaupt reichte, mit den Rechenwerten völlig überein.

Zur Aussiebung der erzeugten Schwingungen mit höherer Potenz wurden elektrische Filter in die Schaltung verwendet, wie sie Abb. 9 wiedergibt. Da auf die Sauberkeit der einzelnen verwendeten Sinusspannungen in der Apparatur alles ankommt, erwies es sich als zweckmäßig, einen etwas höheren Aufwand für die Aussiebung zuzulassen. Auf keinen Fall können einfache Schwingungskreise genügen. Es ist sogar zweckmäßig, Bandfilter mit einem möglichst großen Durchlaßbereich zu wählen, einmal wegen der Seitenbänder bei der automatischen Regelung, zweitens aber vor allem, um bei geringfügigen Änderungen der Grundfrequenz möglichst geringe Änderungen in der Amplitude und Phase der Wechselspannungen an den Filterausgängen zu haben. Die Schaltung nach Abb. 9 besteht aus 2 Gliedern, von denen das erste I durch den Parallelkreis im Längszweig besonders das bei der multiplikativen Mischung entstehende zweite Seitenband mit der Kreisfrequenz $(r-1) \cdot \omega$ unterdrücken soll, während das zweite II allgemein die tieferen Frequenzen unterhalb des Durchlaßbereichs abschneidet. Die aus diesen Filtern austretenden harmonischen Wechselspannungen waren, wie gemessen wurde, bis auf 0,2% von unerwünschten Überlagerungen frei.

Die größten Anforderungen an die Frequenzgenauigkeit und Justierung werden in den „Kanälen“ 1 — n gestellt, in denen die in den Potenzbildern erzeugten Wechselspannungen mit Koeffizienten versehen und jedesmal in sin- und cos-Anteil aufgespalten werden. In diesen Kanälen müssen nämlich auch alle Phasen- und Amplitudenkorrekturen die nach der Potenzbildung und Aussiebung erforderlich sind, angebracht werden und die einzelnen Einstellungen dürfen sich auf keinen Fall gegenseitig beeinflussen. Einen solchen Kanal zeigt in seinem Prinzip die Abb. 10. Am Eingang liegt das in Abb. 9 gezeichnete Filter F für die betreffende Oberwelle. Hinter dem Filter geht man einmal bei a auf das Gitter einer Röhre R_1 , zweitens wird bei b , ebenfalls über eine Trennröhre, die zur Bildung der nächst höheren Potenz dienende Wechselspannung abgezweigt. Durch diese doppelte Röhrenschaltung ist jede Beeinflussung zwischen den Potenzbildungen ausgeschlossen. Der Regler P_1 dient dazu, die verschiedene Dämpfung der Filter und eventuell auch verschiedene Steilheit der benutzten Mischröhre auszugleichen. Hinter der Röhre R_1 liegt ein Schwingungskreis, der durch das Potentiometer P_2 stärkegedämpft und als Resonanzübertrager benutzt wird. An seinem Eingang liegt der Schalter S , mit dem das Vorzeichen des betreffenden Koeffizienten eingestellt wird. An die Symmetrie in der Wicklung des betreffenden Schwingungskreises mußten außerordentlich hohe Anforderungen gestellt werden, da schon die kleinsten Unsymmetrien etwa durch verschiedene Wicklungskapazitäten zu Amplitudendifferenzen bei der Umschaltung von + auf — führten. Das Potentiometer P_2 dient dann dazu, den Koeffizienten a

selbst einzustellen. Gewählt wurde ein logarithmisches Potentiometer, mit dem etwa 3 Dekaden überstrichen werden können und dessen Schleifer am Gitter einer weiteren Röhre R_2 liegt, um jede weitere Änderung beim Einstellen des Koeffizienten zu verhindern. Durch u ist der sog. Permutationsschalter angedeutet. Durch ihn kann mit einem Griff die reziproke Gleichung eingestellt werden, indem der Punkt c aus dem mit dem Punkt d aus dem n -ten Kanal usw. verbunden wird, also eine Vertauschung der Koeffizienten stattfindet. Hinter der Röhre R_2 folgt dann ein Korrekturglied für den Phasenwinkel, das in der üblichen Weise aus einem im Längsweig liegenden veränderlichen Widerstand und einem quer dazu liegenden Kondensator besteht. Ihm folgt nochmals ein Potentiometer P_3 , das die zwischen R_2 und R_3 auftretenden Amplitudenänderungen zu kompensieren erlaubt. Hinter der dritten Röhre R_3 schließlich liegen die beiden Phasenglieder, die die Aufspaltung der den betreffenden Kanal durchlaufenden harmonischen Wechselspannungen in zwei um 90° gegeneinander verschobene Einzelschwingungen ermöglichen. Die Röhre R_3 hat an Anodenkreis 2 Widerstände, die sehr klein sein können, da R_3 zur Verstärkung ja kaum noch gebraucht wird. Die Phasenglieder selbst erzeugen je nach ihrem Aufbau eine Phasendrehung um $\pm 45^\circ$; das eine von ihnen ist veränderlich. Aus den verschiedenen Kanälen werden dann hinter diesen letzten Phasengliedern die sin- und cos-Anteile über Entkopplungswiderstände zusammengeführt und an die Gitter der Endverstärker V_{\sin} und V_{\cos} gegeben.

Als Röhren wurden in den Kanälen Bi-Trioden der Firma Siemens verwendet, wie sie im Postbetrieb zur Anwendung kommen. Diese Röhren zeichnen sich durch besondere Betriebskonstanz aus. Alle Spulen wurden aus Masseisen gewählt, um größte Unabhängigkeit der Induktivitätswerte von der Belastung zu gewährleisten. Für die Kapazitäten kamen nur Kondensatoren mit keramischem Dielektrikum, Glimmer- und Styroflexkondensatoren in Frage.

Die Justierung der Apparatur geschieht nun folgendermaßen. An den Punkt a kann in jedem einzelnen Kanal wahlweise ein Wechselstrominstrument angeschlossen werden. Die Potentiometer P_1 werden so eingestellt, daß, wenn im Kanal der Grundwelle die Amplitude 1 vorliegt, auch in allen anderen Kanälen an der Stelle a die gleiche Amplitude 1 erscheint. Durch Herabregelung von r kann man dann der Reihe nach in den einzelnen Kanälen noch einmal die Potenzbildung kontrollieren. Als nächstes werden über die Verstärker auf das Kathodenstrahlrohr w jeweils die Grundwelle und eine Oberwelle und zwar unter dem nichtverstellbaren cos-Phasenglied gegeben. Der Phasenregler hinter R_2 wird dann so eingestellt, daß bei allen Oberwellen ein Nulldurchgang mit dem Nulldurchgang der Grundwelle zusammenfällt, d. h. daß die Oberwellen untereinander alle „phasenrichtig“ sind. Dies kann man an den entstehenden Lissajous-Figuren sehr genau erkennen. Schließlich legt man an beide Plattenpaare die zueinander gehörige sin- und cos-Schwingung für die betreffende Oberwelle und stellt das veränderliche sin-Phasenglied so ein, daß eine Ellipse mit zueinander rechtwinkligen Achsen entsteht, die durch geeignete Verstellung des Potentiometers P_4 in einen Kreis verwandelt wird. Die Größe dieses Kreises ist dann durch P_3 auf ein am Schirm der

Kathodenstrahlröhre markiertes Maß zu bringen. Das Anlegen der verschiedenartigen Kombinationen von Wechselspannungen an die Plattenpaare der Kathodenstrahlröhre w geschieht durch geeignete Schalter, die der Übersichtlichkeit halber in Abb. 10 nicht mitangegeben sind.

Nach dieser Justierung ist das Gerät betriebsbereit. Bei den Versuchen zeigte sich, daß auch nach 14 Tagen keine nennenswerten Änderungen der Justierung eingetreten waren. Da die Genauigkeit bei der immer etwas groben Anzeige mittels Kathodenstrahls kaum über 5% gebracht werden kann, die Abweichungen von der Justierung in den beobachteten Zeiträumen aber viel geringere Beträge zeigten, wird ein Nachjustieren des Gerätes beim praktischen Gebrauch wohl nur innerhalb sehr langer Zeiträume erforderlich sein.

Ein letztes Problem boten die Verstärker, in denen die überlagerten sin- bzw. cos-Wechselspannungen aus allen n Kanälen auf den Betrag gebracht werden,

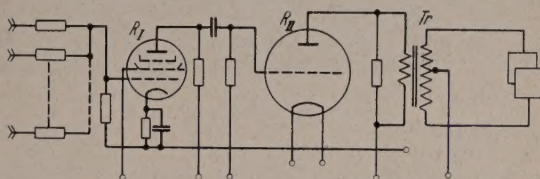


Abb. 11. Schaltung der Ausgangsverstärker.

den man an den Plattenpaaren der Kathodenstrahlröhren für eine ausreichend starke Ablenkung benötigt. Es mußten dazu zwei aperiodische Verstärker gebaut werden, die untereinander vollkommen gleich sind, keine Phasenverzerrung verursachen und einen extrem kleinen Klirrfaktor aufweisen; denn jede nichtlineare Verzerrung führt ja zur Bildung neuer Glieder $\cos \nu \omega t$, die dann falsche Amplituden haben. Diese Anforderungen waren nur durch Röhren mit sehr kleinem Innenwiderstand zu lösen. Es erwies sich als günstig, den Verstärker zweistufig zu machen und als Vorröhre (R_I in Abb. 11) eine Penthode mit hoher Steilheit, als Endröhre R_{II} eine Triode mit sehr weitem Aussteuerbereich zu wählen. Natürlich wird dieser Verstärker und besonders die Endstufe leistungsmäßig keineswegs ausgenutzt. Dafür wurde es aber erreicht, daß die Anordnung sogar beim Röhrenwechsel keine störende Änderung der Phasencharakteristik aufwies. Der sehr niedrige Außenwiderstand der 75 W-Endtriode R_{II} machte es auch möglich, dem nachfolgenden Transformator Tr noch ein Übersetzungsverhältnis von 1:5 nach den Platten hin zu geben. Auf diese Weise konnte in dem Verstärker die höchste an den Platten erforderliche Wechselspannung von $120 V_{\text{eff}}$ mit einem Klirrfaktor von $0,5 \frac{0}{100}$ erzeugt werden.

Schließlich sei noch kurz auf die Stromversorgung der Apparatur eingegangen. Sie erfolgte mittels fünf verschiedener Netzanschlussteile, von denen der eine die Hochspannungen für die 3 Kathodenstrahlröhren erzeugte, während die anderen vier, die jedesmal einen Stabilisator mit Eisenwasserstoff-Vorwiderstand enthalten, jeweils den Kanälen, den Potenzbildungsschaltungen, den beiden Endverstärkern V_{\cos} und V_{\sin} und schließlich den übrigen Hilfsschaltungen zugeordnet sind. Durch diese Trennung der Stromversorgung waren störende Beeinflussungen der einzelnen Teile so gut wie ausgeschlossen. Ein Umschalter erlaubt die Kontrolle des Stromes für jedes Netzgerät.

Zusammenfassend muß gesagt werden, daß gerade hinsichtlich der technischen Ausführung das hier beschriebene Gerät das erste seiner Art und damit auch nur eine erste Entwicklungsstufe darstellt. Das Prinzip jedoch der gleichzeitigen Abbildung von z - und w -Ebene dürfte wohl zweckmäßigerweise immer beibehalten werden; ja man könnte sich vorstellen, daß die Apparatur nicht nur zur Lösung ganzer rationaler Gleichungen, sondern allgemein zum Studium von Abbildungen im Komplexen benutzt wird. Es sei hier nur angedeutet, daß dazu an Stelle der Röhre w_0 , die nur die Nulldurchgänge des Strahls in der w -Ebene anzeigt, vor der Röhre w etwa eine Blende mit Photozelle anzubringen wäre, die beim Durchgang des Kathodenstrahls durch einen beliebigen Punkt die Dunkelsteuerung am z -Rohr beeinflusst. Man könnte dann mit dieser Blende die gewünschten Kurven in der w -Ebene abtasten und die ihnen zugehörigen Kurven in der z -Ebene unmittelbar ablesen. Aber natürlich ist hiermit nur eine technische Möglichkeit angedeutet, die zu ihrer Realisierung sicherlich noch längerer Entwicklungen bedürfte.

Zusammenfassung.

Es wird eine Apparatur beschrieben, die die Lösung von Gleichungen höheren Grades auf elektrischem Wege ermöglicht. Das Prinzip beruht darauf, daß die Unbekannte z als komplexe Größe durch zwei um 90° in der Phase verschobene elektrische Sinusschwingungen dargestellt wird. Die Verwirklichung dieses Prinzips beruht auf zwei bereits früher ausgearbeiteten Vorschlägen. Der eine (nach TISCHNER), bildet die Polarkurven $r = \text{const}$ auf dem Schirm einer Kathodenstrahlröhre ab. Der andere (nach

RASCH) bildet die z -Ebene auf dem Kathodenstrahlrohr ab und läßt durch eine geeignete Dunkelsteuerung die Lösungspunkte als leuchtende Flecken auf dem Schirm erscheinen.

Die hier beschriebene Apparatur bildet sowohl die z - als auch die w -Ebene ab und benutzt die Nulldurchgänge der Polarkurven zur Anzeige der Lösungspunkte in der z -Ebene. Weiterhin bietet sie 2 Möglichkeiten, um die Lösungen durch Einstellung von Hand aufzusuchen. Die Potenzbildung geschieht in ihr auf rein elektrischem Wege durch Anwendung multiplikativer Modulationsschaltungen in Form von Mischröhren.

Die Vorversuche zeigten bereits, daß die Apparatur einwandfrei arbeitet und insbesondere das gewählte Verfahren der Potenzbildung eine überraschend hohe Genauigkeit zuläßt. Die Apparatur wird in ihren einzelnen Teilen ausführlich beschrieben, und die bei der Entwicklung aufgetretenen Probleme werden diskutiert.

Ich danke meinen Mitarbeitern Herrn FRIEDRICH und Herrn WERNDL, die mit mir zusammen während des Krieges im Laboratorium Feuerstein die Arbeiten an dem Rechengerät durchführten. Herrn Prof. VIERLING, dem Direktor des Laboratoriums Feuerstein gehört mein besonderer Dank für die großzügige Förderung des Projektes. Den Herren RASCH und TISCHNER verdanke ich manche anregende Diskussion über ihre grundlegenden Entwürfe zu dem Gerät.

Literatur. [1] TISCHNER: Deutsche Patentanmeldung L 109786 IX b 42 m vom 4. Dez. 1942. — [2] RASCH: Firmenmitteilung bei Siemens & Halske vom 20. Aug. 1942. Deutsche Patentanmeldung R 115316 IX b/42 m vom 6. Febr. 1943. Vortrag auf der deutschen Mathematiker-Tagung in Würzburg am 6. Sept. 1943. — [3] WALTHER: FIAT-Rev. Applied Math., Teil 1, S. 151.

Dr. H. GLUBRECHT, Physikalisches Institut
der Techn. Hochschule Hannover, am Welfengarten I.

Über das Flickern der Bogenlichtkohlen.

Von J. EULER und A. FIEBIGER.

(Aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Braunschweig.)

Mit 2 Textabbildungen.

(Eingegangen am 11. Juni 1949.)

Bei der Verwendung des zwischen Graphitelektroden brennenden Lichtbogens als photometrische

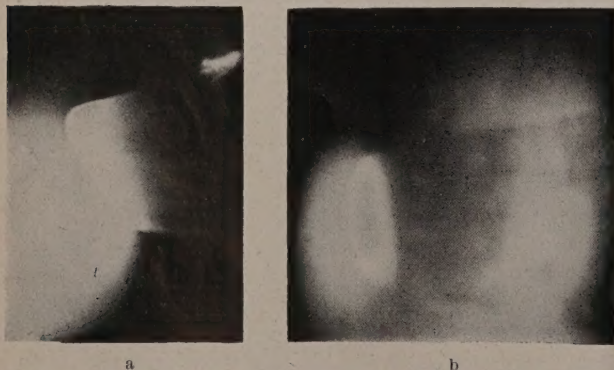


Abb. 1 a u. b. Photographien der Eruption. Auf dem linken Teilbild ist mit kurzer Belichtungszeit ein einzelner Ansatzpunkt photographiert worden, während auf dem rechten Bild mit längerer Belichtungszeit die Spur des wandernden Ansatzpunktes aufgenommen worden ist.

Lichtquelle [1] macht sich außerordentlich störend die als „Flickern“ bekannte eruptionsartige Erscheinung bemerkbar. Sie äußert sich darin, daß die

Strahlungsdichte des Kraters plötzlich auf Bruchteile des normalen Wertes absinkt und sich ein neuer anodischer Ansatzpunkt auf dem Rand der positiven Kohle ausbildet, der auf einer bestimmten Zone schnell hin- und herfährt. Die Erscheinung ist mit einem starken, rötlichen Aufleuchten der gesamten Flamme verknüpft, und zugleich steigt der Bogenstrom um erhebliche Beträge an.

Bei einer Gesamtdauer, die zwischen 0,1 und 1,5 sec schwanken kann, tritt das Flickern je nach Kohlesorte in einer Häufigkeit bis zu 20 je min auf, so daß vor allem die Benutzung sich langsam einstellender thermischer Strahlungsempfänger (Vakuumthermoelemente) in Verbindung mit Monochromatoren empfindlich behindert wird.

Abb. 1 zeigt Photographien der Eruption. Sie sind an einer Schweißgraphitelektrode gewonnen, die ziemlich seltenes, dafür aber sehr kräftiges Flickern zeigt. Die rechte Aufnahme zeigt bei entsprechend langer Belichtungszeit die Bahn des Ansatzpunktes auf dem Elektrodenhals. Bei der linken Aufnahme fiel nur ein kurzer Teil der Eruptionsdauer in die Öffnungszeit des Verschlusses, daher ist nur ein einzelner

Ansatzpunkt zu sehen¹. Die Aufnahmen sind in der üblichen Weise über die Projektion des Bogens auf einen weißen Schirm erfolgt.

Nimmt man die ungestörte und die Flickerflamme spektroskopisch auf, so zeigt sich eine stark erhöhte Emission von CaI-Linien (Abb. 2), während die Cyanbanden in ihrer Intensität zurückgehen. Daneben treten in beiden Spektren einige Cu-Linien auf, die von der Ummantelung der Negativkohle herrühren. Der größtenteils abgeblendete Krater macht sich nur als schmales Kontinuum bemerkbar.

Die Erscheinung hängt also mit dem Verdampfen von Ca-Verbindungen aus der Anode zusammen. Da die Ca-Verbindungen erst bei relativ hohen Temperaturen verdampfen, CaO z. B. erst oberhalb von

ist durch eigene Versuche über den Zischeinsatz bei systematisch verändertem Anodenquerschnitt sichergestellt, die demnächst zur Veröffentlichung kommen. Durch die Verdampfung der Ca-Verbindungen tritt eine starke Erhöhung der Leitfähigkeit der am Mantel ansetzenden Entladungsteile ein, die zu einem Abziehen des Stromes vom eigentlichen Krater führt. Zugleich bewirkt die starke Ionenzufuhr ein Absinken der Brennspannung, so daß die Stromstärke ansteigt. Die relativ schlechte Stabilisierung im Zusammenwirken mit dem Aufbrauchen des Salzvorrates an der Eruptionsstelle läßt die Entladung abreißen und in fast allen Fällen auf den Krater zurückspringen; in einigen Fällen bewirken besonders lange dauernde Eruptionen ein Verlöschen des Bogens. Die verschie-

Zeichenerklärung: I = Ca-Linien; + = Cu-Linien; L.L. = Letzte Linien.

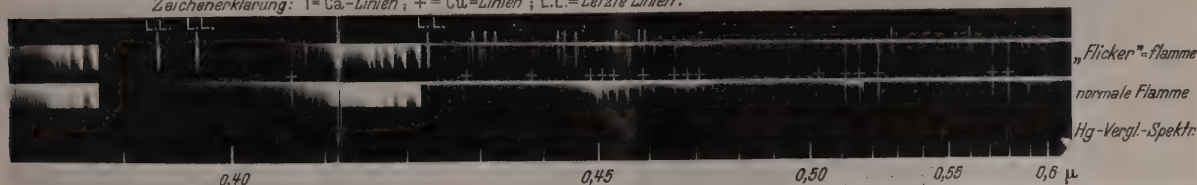


Abb. 2. Spektralaufnahmen der normalen und der Flickerflamme zeigen bei der Eruption die stark erhöhte Intensität der Calciumlinien.

2000° C, können sie auch nach dem Graphitierungsprozeß noch in beträchtlicher Menge in den Elektroden vorhanden sein. Systematische Versuche durch elektrisches Glühen im Stickstoffstrom im TAMMAN-Ofen, durch elektrische Widerstandsheizung unter Kohlepulver und durch Lichtbogenheizung zeigen, daß eine wesentliche Abnahme der Flickerneigung erst bei längerem Glühen mit Temperaturen oberhalb von 300° C eintritt. Damit in Einklang stehen pyrometrische Temperaturmessungen der Ansatzzone, der Flickerentladung. Unter Zugrundelegung eines Emissionsvermögens des Graphites von etwa 0,70 konnten wahre Temperaturen von 2200 bis 2450° K ermittelt werden.

Der Vorgang spielt sich demnach etwa folgendermaßen ab: beim normalen Brennen mündet ein Teil der Stromfäden nicht im eigentlichen anodischen Krater ein, sondern auf den unmittelbar hinter dem Krater liegenden Randgebieten der Anode. Diese Tatsache ist von FINKELNBURG [2] ausgesprochene Tatsache

¹ Bei der linken Aufnahme stand die negative Kohle zu tief, daher ist die Anode schräggebrannt.

dene Dauer und der unterschiedliche Rhythmus lassen sich durch Annahmen über die Salzverteilung zwanglos erklären.

Zusammenfassung.

Der als „Flickern“ bekannte eruptionsartige Vorgang wird durch das Verdampfen von Ca-Einschlüssen hervorgerufen. Das Flickern kann durch das Entfernen der Ca-Verbindungen verhindert werden, was z. B. durch Glühen oberhalb von 2300° K erreicht werden kann.

Die Arbeit ist im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Braunschweig entstanden. Herrn Prof. CARIO danken wir für die freundliche apparative Unterstützung und für sein stetes, förderndes Interesse.

Literatur. [1] PATZELT, F., u. K. BALDEWEIN: Wiss. Veröff. Siemens-Werk 21, 213 (1943). — [2] FINKELNBURG, W.: Hochstromkohlebogen, S. 42. Berlin-Heidelberg 1947.

Dr. Ing. J. EULER, (20b) Braunschweig,
Mühlenpfordtstr. 307, Phys. Inst. der T. H.

Dipl.-Phys. ALFRED FIEBIGER, (20b) Braunschweig,
Comeniusstr. 43.

Zur Entstehung eines freien Verdichtungsstoßes in der stationären ebenen Unterschallströmung.

Von H. B. HELMBOLD, München.

Mit 5 Textabbildungen.

(Eingegangen am 22. Juni 1949.)

1. Einleitung.

In einer zwischen Wänden geführten Gasströmung muß eine stationäre unstetige Druckwelle, ein „Verdichtungsstoß“, auftreten, sobald der Zusammenhang der Unterschallströmung durch ein von Wand zu Wand reichendes Überschallgebiet unterbrochen wird. Von da ab ist es stromaufwärts einer ausgezeichneten MACHschen Welle nicht mehr möglich, die ankommende Unterschallströmung einer kleinen Druckänderung in der abgehenden Unterschallströmung

anzupassen, da kleine Druckstörungen sich nur mit Schallgeschwindigkeit $a = \sqrt{(dp/d\rho)_{\text{adiab}}}$ fortpflanzen und deshalb niemals durch ein Überschallgebiet hindurch stromaufwärts vordringen können, sie gelangen nur bis zu der (stromabwärts gerechnet) letzten MACHschen Welle, die gerade noch von Wand zu Wand reicht. Die Anpassung erfolgt dann am stromabwärtigen Ende des Überschallgebiets im Verdichtungsstoß, der bei gekrümmter Strömung an der inneren, konvexen Wand ansetzt und, solange er noch

schwach ist, die Gegenwand nicht erreicht. Den unter den geschilderten Bedingungen auftretenden Stoß kann man als „geführten“ oder „erzwungenen“ Stoß von dem „freien“ Stoß unterscheiden, der Gegenstand nachfolgender Untersuchung ist.

Weniger offensichtlich ist die Notwendigkeit für das Auftreten eines Verdichtungsstoßes in stationären Unterschallströmungen, welche um ein örtliches Überschallgebiet herum zusammenhängen, so daß jede kleine Druckstörung den Strömungsverlauf im ganzen flüssigkeitserfüllten Raum abzuändern vermag, denn Vorhandensein eines örtlichen Überschallgebiets ist auch dann zwar notwendige, aber durchaus noch nicht hinreichende Bedingung für Auftreten eines „freien“ Verdichtungsstoßes.

Als „freier“ Verdichtungsstoß wird jeder Verdichtungsstoß bezeichnet, der einem in eine Unterschallströmung eingebetteten örtlichen Überschallgebiet angehört, falls das Überschallgebiet den Zusammenhang zwischen der ankommenden und der abgehenden Unterschallströmung nicht unterbricht. Da nach dieser Definition das Überschallgebiet endliche Abmessungen hat und nur auf einer einzigen Randstromlinie an eine feste Wand oder deren Grenzschicht grenzen darf, besitzt der freie Stoß ebenfalls endliche Abmessungen und hat jedenfalls ein „äußeres“ freies Ende in der Potentialströmung und in der physikalischen Strömung mit Grenzschicht außerdem ein „inneres“ freies Ende in der Grenzschicht oder, falls es sich um einen schrägen bzw. krummen Stoß handelt, ein „inneres“ freies Ende im Überschallgebiet außerhalb der Grenzschicht.

Als Beitrag zu der Frage nach den notwendigen und hinreichenden Bedingungen für das Zustandekommen eines freien Verdichtungsstoßes untersuchen wir als einfachsten Fall die *ebene Parallelströmung um einen zylindrischen Körper*. Der Strömungsverlauf wird dann von dem Verhältnis der ungestörten Geschwindigkeit der Parallelströmung w_∞ zur Schallgeschwindigkeit a_∞ im ungestörten Medium abhängen, welches als „*ungestörte MACH-Zahl*“ $M_\infty \equiv w_\infty/a_\infty$ bezeichnet wird.

Wir sprechen von der *Entstehung* eines Stoßes, wenn bei stetiger Zunahme der ungestörten MACH-Zahl ein Wert M_{St} dieses Parameters überschritten wird, bei dem die bis dahin überall stetige Strömung ihre Stetigkeit verliert und in eine Strömung mit Stoß übergeht¹.

¹ *Definitionen.* Diejenige ungestörte MACH-Zahl, bei welcher die größte örtliche Geschwindigkeit $w = w_{\max}$ mit der kritischen Schallgeschwindigkeit $a_{kr} = a = w$ gerade übereinstimmt, heißt die „*kritische MACH-Zahl*“ M_{kr} .

Überschreiten die örtlichen Geschwindigkeiten in einem endlichen Gebiet die kritische Schallgeschwindigkeit, so spricht man von einer „*gemischten*“ oder „*überkritischen Unterschallströmung*“ und einer „*überkritischen MACH-Zahl*“ $M_\infty > M_{kr}$.

Die Tatsache, daß unmittelbar oberhalb der kritischen MACH-Zahl ein endlicher Bereich von ungestörten MACH-Zahlen $M_{kr} < M_\infty < M_{St}$ existiert, in welchem die überkritische Unterschallströmung stetig und stoßfrei verläuft, nennen wir den *Stoßverzug*.

Diejenige ungestörte MACH-Zahl, von der ab die überkritische Unterschallströmung die Eigenschaft der Stetigkeit verloren hat und ein Verdichtungsstoß auftritt, bezeichnen wir als „*Grenz-*“ oder „*Stoß-MACH-Zahl*“ M_{St} .

Die stetige Grenze zwischen Überschall- und Unterschallgebiet, soweit sie also nicht durch einen Verdichtungsstoß gebildet wird, heißt die „*Schallgrenze*“.

Die Untersuchung wird als *hinreichende Bedingung* für Entstehung eines freien Verdichtungsstoßes ergehen, daß auf dem stromabwärtigen Rande eines örtlichen Überschallgebiets ein Punkt existiert, wo die Drehung und die Stromlinienkrümmung verschwinden. Dies ereigne sich bei der ungestörten MACH-Zahl $M_\infty = M_{St}$. Dann ist bei der benachbarten MACH-Zahl $M_\infty = M_{St} + dM_\infty$ ein infinitesimaler orthogonaler Stoß an diesem Punkte vorhanden (Abb. 1 unten).

2. Voraussetzungen.

Um das Problem zu vereinfachen, nehmen wir an, daß die Strömungsform außer durch die Randbedingungen (Körpergestalt und Anblasrichtung) durch die ungestörte MACH-Zahl *eindeutig* bestimmt ist. Es erhebt sich dann weiter die Frage, ob bei stetig zunehmender MACH-Zahl der Verdichtungsstoß plötzlich, d. h. unstetig, in endlicher Stärke und Größe auftritt oder ob er bei stetig wachsender MACH-Zahl mit von Null aus stetig wachsender Intensität und Ausdehnung entsteht, sobald die Grenz-MACH-Zahl M_{St} überschritten wird. Die Frage läßt sich durch das Experiment nur bis auf die Fehlergrenzen der Messung entscheiden, zumal der Stoß infolge von Störbewegungen der Grenzschicht nur im zeitlichen Mittelwert als stationär angesehen werden kann. Eine untere Grenze für die Stärke und Größe eines Verdichtungsstoßes ist bisher weder experimentell noch theoretisch angegeben worden. Deshalb nehmen wir für die theoretische Untersuchung an, daß der freie Stoß bei stetiger Überschreitung der Grenz-MACH-Zahl nach Größe und Stärke *von Null aus stetig* anwächst und daß er umgekehrt bei stetiger Abnahme der ungestörten MACH-Zahl bis zur Grenz-MACH-Zahl stetig in einem ausgezeichneten Punkt der Strömungsebene verschwindet.

Die Auswertung der unter 6. aufgeführten Experimente an Hand der Originalmeßwerte hatte ergeben, daß bei anliegender Strömung der Stoß hinsichtlich der Drücke unmittelbar davor und dahinter mit einem orthogonalen Stoß um so vollkommener übereinstimmt, je kleiner die ungestörte MACH-Zahl und je kleiner seine Intensität, der Geschwindigkeitsprung $w_1 - w_2$ ist, und daß deshalb (vgl. Abschnitt 3) die schwächsten beobachteten Stöße in Wandnähe am stromabwärtigen Ende eines endlichen Überschallgebiets auftreten. (Bei dieser Feststellung ist zu beachten, daß der unstetigen Verdichtung im freien orthogonalen Stoß infolge des Druckausgleichs um die freien Enden herum aus Kontinuitätsgründen — die Stromlinien konvergieren beim Durchgang durch den Stoß — eine stetige Verdichtung vorhergeht, vgl. Abschnitt 3.) Weiter geht aus einem von M. SCHÄFER 1944 (unveröffentlicht) durchgerechneten Beispiel der stationären ebenen Strömung in einem örtlichen Überschallgebiet mit wandfermem krummen Stoß bei stetig konvex gekrümmter Wand hervor, daß auch ein derartiger Stoß als anfangs orthogonaler Stoß von einem singulären Punkt des stromabwärtigen Zweiges der Schallgrenze (Isotache $w = a$) ausgeht, wo die Schallgrenze orthogonal zur Stromlinie verläuft. Wir nehmen deshalb im Sinne der zuvor gemachten Voraussetzung über stetiges Verschwinden des Stoßes an, daß der freie Stoß beim Grenzübergang $M_\infty = M_{St} + dM_\infty \rightarrow M_{St}$ (mit $dM_\infty > 0$) in einen infinitesimalen *orthogonalen* Stoß ausartet.

3. Eine Eigenschaft des orthogonalen Verdichtungsstoßes.

Beim Durchgang der Strömung durch einen orthogonalen Verdichtungsstoß bleibt außer der Impulsdichte $p + \varrho w^2$, der Energie der Masseneinheit

$$\frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\varrho} + \frac{w^2}{2} = \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} \frac{a_{kr}^2}{2} = \frac{w_v^2}{2} \quad (1)$$

und der Stromdichte ϱw auch deren Anstieg längs der Stromlinie $\frac{\partial(\varrho w)}{\partial s}$ unverändert, weil die Stromlinien diesen Stoß definitionsgemäß mit stetiger Tangente durchsetzen. Der Zusammenhang zwischen der Überfallgeschwindigkeit w_1 vor dem Stoß und der Unterschallgeschwindigkeit w_2 unmittelbar dahinter wird hier durch $w_1 w_2 = a_{kr}^2$ gegeben; ein orthogonaler Stoß kann daher nur am stromabwärtigen Rande eines örtlichen Überschallgebiets auftreten.

Ist der orthogonale Stoß so schwach ($\frac{w_1 - w_2}{a_{kr}}$ so klein), daß auch die Größe p/ϱ^κ beim Durchgang durch den Stoß als konstant gelten darf, dann gilt die Gleichung

$$\frac{\varrho w}{\varrho_0 w_v} = \frac{w}{w_v} \left[1 - \left(\frac{w}{w_v} \right)^2 \right]^{\frac{1}{\kappa - 1}} \quad (2)$$

näherungsweise in der ganzen Strömung, also auch vor den Durchgang durch den Stoß; dabei ist ϱ_0 die Dichte im Staupunkt und w_v die Vakuumgeschwindigkeit. Für das Verhältnis der Druckanstiege in Stromrichtung unmittelbar hinter und vor dem Stoß findet man nach kurzer Rechnung

$$\frac{(\partial p / \partial s)_2}{(\partial p / \partial s)_1} = - \frac{w_v^2 - w_2^2}{w_v^2 - w_1^2} \quad (3)$$

und im Grenzfalle des *infinitesimalen* orthogonalen Stoßes ($w_1 - w_2 \rightarrow 0$)

$$\frac{(\partial p / \partial s)_2}{(\partial p / \partial s)_1} \rightarrow -1; \quad (3a)$$

Die Druckgradienten werden dann einander entgegengesetzt gleich, eine bisher anscheinend unbemerkt gebliebene Tatsache.

Beim *freien* Stoß bedingt der Druckausgleich um dessen freie Enden herum ein quer zur Strömung nach innen gerichtetes Druckgefälle vor dem Stoß und ein nach außen gerichtetes Druckgefälle dahinter. Demgemäß wechselt die Stromlinienkrümmung ihr Vorzeichen im Stoß und wegen der Kontinuität konvergieren die Stromlinien beim Durchgang durch den Stoß. Durch (3) bzw. (3a) ist dann der Zusammenhang der stetigen Expansion unmittelbar hinter dem freien orthogonalen Stoß mit der stetigen Kompression unmittelbar davor gegeben; im Stoß selber findet unetstetige Kompression statt (der Differentialquotient $\partial p / \partial s$ existiert dort nicht). So ergibt sich die für den freien orthogonalen Stoß charakteristische „Druckspitze“ auf dessen Rückseite¹.

4. Das Geschwindigkeitsfeld in der Umgebung des infinitesimalen orthogonalen Verdichtungsstoßes.

Wegen der gewählten Beschränkung auf die stationäre ebene Strömung einer homogenen elastischen Flüssigkeit legen wir der Rechnung ein krumm-

linig-rechtwinkliges Koordinatensystem aus Stromlinien s und Orthogonaltrajektorien n zugrunde, in welchem die Geschwindigkeit durch ihren Betrag w und ihren Winkel ϑ gegen eine feste Richtung gegeben ist. Es gelten dann die bekannten Beziehungen für die Stromlinienkrümmung

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial s} = \frac{1}{w} \left(\frac{\partial w}{\partial n} - \text{rot } w \right), \quad (4)$$

für die Krümmung der Orthogonaltrajektorien

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial n} = - \frac{1}{\varrho w} \frac{\partial(\varrho w)}{\partial s} \quad (5)$$

und bei Drehungsfreiheit ($\text{rot } w = 0$) für die Bahnbeschleunigung

$$\frac{dw}{dt} = w \frac{\partial w}{\partial s} = - \frac{\varrho w \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta}}{\left(\frac{\partial \psi}{\partial w} \right)^2 - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{w^2} \right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right)^2}, \quad (6)$$

wenn $d\psi \equiv \varrho w \cdot d\mathbf{n}$ die Stromfunktion ψ definiert. Der Druckanstieg in Stromrichtung ist $\partial p / \partial s = -\varrho w \cdot \partial w / \partial s$.

Um nun die Bedingungen für das Zustandekommen des freien Verdichtungsstoßes in der stationären ebenen Unterschallströmung um einen zylindrischen Körper aufzufinden, genügt der Nachweis, daß unter gewissen Umständen die bis zur betreffenden MACH-Zahl, der Grenz-MACH-Zahl, stetige Strömung ihre Stetigkeit verliert, nicht, sondern es muß gezeigt werden, daß dieselben Umstände, als die gesuchten Bedingungen, bei sehr geringer Überschreitung der Grenz-MACH-Zahl \mathcal{M}_{St} mit dem Vorhandensein eines infinitesimalen Stoßes notwendigerweise verknüpft sind. Wir beginnen deshalb mit der Beschreibung des Strömungsfeldes in der Umgebung des infinitesimalen orthogonalen Stoßes.

Der ausgebildete freie Stoß besitzt definitionsgemäß zwei freie Enden, an denen der Geschwindigkeitssprung $w_1 - w_2$ verschwindet und $w = a$ ist, so daß diese Endpunkte zugleich der als „Schallgrenze“ bezeichneten Isotache $w = \text{const} = a_{kr}$ angehören. Lassen wir nun die ungestörte MACH-Zahl von einem Werte $\mathcal{M}_\infty > \mathcal{M}_{St}$ stetig gegen die Grenz-MACH-Zahl \mathcal{M}_{St} abnehmen, so streben der Abstand der freien Enden sowie der Geschwindigkeitssprung voraussetzungsgemäß gleichzeitig gegen Null, und wir erhalten in der Grenze den verschwindenden oder „*infinitesimalen*“ Stoß, der mit dem entstehenden Stoß selbstverständlich identisch ist, denn die gedankliche Operation ist ja nach Voraussetzung auch in der Richtung von \mathcal{M}_{St} nach $\mathcal{M}_\infty > \mathcal{M}_{St}$ statthalt, also umkehrbar. Da bereits der endliche orthogonale Stoß mit einer Orthogonaltrajektorie zusammenfiel,artet er bei dem Grenzübergang in ein Linienelement der Isotache

$$w = a = a_{kr}, \quad (I)$$

der Schallgrenze, aus, welches zugleich Linienelement $d\mathbf{n}$ einer Orthogonaltrajektorie ist; deshalb wird innerhalb dieses Linienelementes

$$\frac{\partial w}{\partial n} = 0. \quad (II)^2$$

¹ HELMBOLD, H. B.: Lilienthal-Ges. Luftf.-Forsch., Ber. 56, 170 (1943) Abb. 1. — ACKERET, J., F. FELDMANN u. J. ROTT: Inst. Aerodyn. ETH Zürich, Mitt. 10 (1946) J. Z. f. angew. Physik. Bd. 2.

² Diese Aussage erhält man auch, wenn man von der Bemerkung ausgeht, daß man, der Schallgrenze und dem Stoß entlang gehend, innerhalb der Stoßlänge ein Maximum der Geschwindigkeit w_1 auf der Vorderseite und ein Minimum der Geschwindigkeit w_2 auf der Rückseite des Stoßes antrifft.

Das betrachtete Linienelement gehört *beiden* Scharen infinitesimaler MACHscher Wellen an, von denen jedes Überschallgebiet überdeckt ist; diese Wellen stehen hier nämlich wegen (I) senkrecht auf der Stromlinie und tangieren wegen (II) die Schallgrenze. Daraus geht hervor, daß, falls die Rotation an der betrachteten Stelle verschwindet, der Beschleunigungsvektor hier in Richtung der Stromlinientangente fällt, und zwar ist er dann der Stromrichtung entgegengesetzt (Verzögerung),

$$\frac{\partial w}{\partial s} < 0, \quad (\text{III})$$

denn es handelt sich ja hier um den Durchgang von Überschall- nach Unterschallgeschwindigkeit (Verdichtung). Dabei ist zu beachten, daß die vom Verhalten der MACHschen Wellen ausgehende Überlegung eine Aussage nur für die *Vorderseite* des infinitesimalen Stoßes liefern kann.

Liegt nun der durch die Gl. (I) bis (III) definierte Punkt, auf den sich der Stoß beim Grenzübergang zusammenzieht, noch innerhalb der Grenzschicht, wo $\text{rot } w \neq 0$, so ist die Stromlinienkrümmung nach (4), (I) und (II)

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial s} = - \frac{\text{rot } w}{w} \neq 0. \quad (7)$$

Die Bedingungen (I) bis (III) sind aber an einem in der Grenzschicht gelegenen Punkt immer dann erfüllt, wenn ein örtliches Überschallgebiet überhaupt vorhanden ist und die Stromlinien in dem an die Grenzschicht angrenzenden Gebiet der Potentialströmung konvex sind; dann ist dort nämlich wegen $r > 0$ und $\text{rot } w = (w/r) + (\partial w / \partial n) = 0$ die Ableitung $\partial w / \partial n < 0$, während sie unmittelbar an der Wand $\partial w / \partial n > 0$ ist; es muß sich also ein Punkt, wo (II) gilt, noch innerhalb der Grenzschicht befinden, wo $\text{rot } w \neq 0$ ist. Die empirisch bekannte und durch das Ergebnis unsrer Untersuchung (Abschnitt 5) erklärte Tatsache des Stoßverzugs schließt jedoch aus, daß die genannten Bedingungen für sich allein ausreichen, um einen Stoß hervorzubringen; andernfalls gäbe es nämlich keinen Stoßverzug.

Liegt dagegen der den Bedingungen (I) bis (III) genügende Punkt außerhalb der Grenzschicht in der *Potentialströmung*, wo $\text{rot } w = 0$ ist, so wird dort nach (4) und (II)

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial s} = 0; \quad (\text{IV})$$

die Stromlinienkrümmung verschwindet, wie auch schon aus dem früheren Hinweis auf die Richtung des Beschleunigungsvektors hervorgeht.

Wir bemerken schließlich noch, daß im infinitesimalen orthogonalen Stoß wegen (I) die Stromdichte ρw ein Minimum bezüglich der Stromlinie besitzt ($\partial(\rho w) / \partial s = 0$), so daß nach (5) auch die Krümmung der Orthogonaltrajektorie (bei Drehungsfreiheit: Potentiallinie) verschwindet,

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial n} = 0. \quad (\text{V})$$

Die Gl. (I) bis (V) haben sich somit als notwendige Bedingungen dafür ergeben, daß in einem Punkt der ebenen Potentialströmung ein infinitesimaler Stoß auftritt. Es bleibt nun noch zu untersuchen, ob diese Bedingungen für die Entstehung des Stoßes auch hinreichend sind. Hierfür wird nachzuweisen sein,

daß die überkritische Unterschallströmung ihre Stetigkeit verliert, sobald in einem Punkt die genannten Bedingungen erfüllt sind. Zu diesem Zweck berechnen wir die Bahnbeschleunigung nach (6), indem wir das Verhalten der Stromfunktion ψ in dem zugeordneten Punkt (w, ϑ) des Geschwindigkeitsplans diskutieren.

Verschwindende Stromlinienkrümmung (IV) besagt, daß im betreffenden Punkt (s, n) des Ortsplans die Stromlinie $\psi = \text{const}$ und die Isokline $\vartheta = \text{const}$ eine gemeinsame Tangente besitzen; dort ist also

$$\frac{\partial \psi}{\partial w} = 0. \quad (\text{IVa})$$

Auf der den Punkt (s, n) nach (II) senkrecht zur Stromlinie durchlaufenden Isotache (I) bleibt bei veränderlicher Stromfunktion ψ die Richtung ϑ nach (V) in einer sehr kleinen Umgebung des Punktes konstant; dort ist also

$$\frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} = \infty. \quad (\text{Va})$$

Ferner ist längs der Isotache (I) überall

$$\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{w^2} \right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right)^2 = 0. \quad (8)$$

Folglich verschwindet auf der rechten Seite von (8) der Nenner wegen (IVa) und (8), und der Zähler wird mit (Va) unendlich. Das heißt aber mit Rücksicht auf die Vorzeichenfestsetzung durch (III)

$$\frac{dw}{dt} = -\infty \quad \text{und} \quad \frac{\partial p}{\partial s} = \infty. \quad (9)$$

Verzögerung und Druckanstieg der im betrachteten Punkt (s, n) ankommenden Strömung werden unendlich, und die Strömung verhält sich hier *singulär*, indem aufeinanderfolgende MACHsche Verdichtungsstellen einander einholen; sie besitzen hier ein gemeinsames Hüllkurvenelement. Die in dem Punkt ankommende Strömung ist über diesen hinaus stromabwärts nur durch einen infinitesimalen orthogonalen Verdichtungsstoß hindurch fortsetzbar, indem an dem unendlichen Druckanstieg vor dem Stoß nach (3a) ein unendliches Druckgefälle dahinter unmittelbar anschließt, welches den Fortgang der Strömung bewirkt. Die Funktion $p'_s(s)$ springt im infinitesimalen Stoß von $-\infty$ auf $+\infty$ (Abb. 1 unten)¹.

5. Bedingungen für die Entstehung des freien Verdichtungsstoßes.

Anschaulich ausgedrückt ist das bisherige Ergebnis unsrer Untersuchung, daß ein freier Verdichtungsstoß entstehen muß, wenn bei zunehmender MACH-Zahl der ungestörten Parallelströmung der *stromabwärtige* Zweig der Schallgrenze eines örtlichen Überschallgebiets *innerhalb der Potentialströmung* auf einen

¹ Auf Stromlinien, welche den infinitesimalen Stoß durchlaufen, geht zwar stromabwärts vom Stoß die Drehungsfreiheit grundsätzlich verloren, doch ist zu bedenken, daß die Wirbel im Nachlauf des Stoßes bei dem der Definition des infinitesimalen Stoßes zugrundeliegenden Grenzübergang $\mathcal{M}_{St} + \Delta \mathcal{M}_{\infty} \rightarrow \mathcal{M}_{St}$ nicht nur der Intensität nach verschwinden, sondern einander auch auslöschen, indem entgegengesetzt gleichstarke Wirbel paarweise zusammenrücken. Deshalb darf für die Rückseite des infinitesimalen orthogonalen Stoßes das Ergebnis (9) mit entgegengesetztem Vorzeichen nach (3a) ebenfalls aus (IVa), (Va), (8) gefolgert werden.

ometrischen Ort verschwindender Stromlinienkrümmung, insbesondere auf einen Ort der Stromlinienendepunkte trifft, und zwar erfolgt das Zusammenreffen nach (I) und (II) stets in Form einer Berührung zweier Kurven (ausgenommen den denkbaren Fall, daß die Stromlinienkrümmung nur in einem einzigen Punkt verschwindet). Ebenso wie die Gestalt der Schallgrenze ist die Gestalt des Ortes verschwindender Stromlinienkrümmung von der ungestörten MACH-Zahl abhängig. Es sind also auch Fälle denkbar, wonach solcher Ort erst nach Erreichung einer bestimmten MACH-Zahl in einem Gebiet auftritt, wo unterhalb derselben MACH-Zahl kein solcher Ort existiert.

Damit sich das für die Stoßentstehung als hinreichend erkannte Zusammentreffen auch wirklich ereignet, ist erforderlich, daß ein Ort verschwindender Stromlinienkrümmung im Gebiet der „Übergeschwindigkeiten“, d. h. in einem Gebiet angetroffen wird, wo die örtliche Geschwindigkeit größer ist als die Schallgeschwindigkeit im Unendlichen; denn über dieses Gebiet hinaus kann das örtliche Überschallgebiet in einer Unterschallströmung mit seiner Schallgrenze niemals vordringen. Wird nämlich die kinetische MACH-Zahl ($M_{kr} < 1$) überschritten, so breitet sich von der Stelle der größten örtlichen Geschwindigkeit aus das Überschallgebiet aus und erfüllt schließlich bei der ungestörten MACH-Zahl $M_\infty = 1$ das ganze Gebiet der Übergeschwindigkeiten, dessen Grenzen ebenfalls noch mit der ungestörten MACH-Zahl beschränkt veränderlich sind.

Weiter muß, damit der stromabwärtige Zweig der Schallgrenze einen Ort verschwindender Stromlinienkrümmung erreichen kann, ein solcher Ort stromabwärts von der Stelle des Geschwindigkeitsmaximums vorhanden sein.

Es ist nun nicht beabsichtigt, hier sämtliche Fälle zu klassifizieren und zu spezifizieren, in denen die oben genannten Bedingungen für Stoßentstehung verwirklicht sind. Nur des theoretischen Interesses halber sei erwähnt, daß es bei der nicht realisierbaren vollkommenen (d. h. grenzschichtlosen) Potentialströmung beispielsweise bereits genügt, wenn die Körperkontur stromabwärts vom Geschwindigkeitsmaximum, aber noch im Gebiet der Übergeschwindigkeiten einen Wendepunkt hat; der Stoß entsteht dann in diesem Wendepunkt, sobald die stromabwärtige Schallgrenze dorthin gelangt.

In der physikalischen Strömung dagegen muß das Vorhandensein einer Grenzschicht und des anschließenden „Nachlaufs“ grundsätzlich stets berücksichtigt werden. Wir hatten ja gesehen, daß der Ausgangspunkt der Stoßentstehung außerhalb der Grenzschicht in der Potentialströmung liegen muß; dabei zählt der Rand der Grenzschicht ($n = \delta$ in Abb. 1 oben) wegen $\text{rot } w = 0$ bereits zur Potentialströmung. Der Verlauf der Potentialströmung ist aber bei Vorhandensein einer Grenzschicht nicht von der Gestalt der eigentlichen Körperkontur, dem „Profil“, sondern von der Gestalt eines gegenüber der Körperkontur verdrängten Gebildes bestimmt, welches als „effektive Kontur“ bezeichnet werden mag. Bekanntlich drängt die Grenzschicht, in welcher der Durchfluß gegenüber einer vollkommenen Potentialströmung durch Zähigkeitswirkungen gedrosselt ist, die drehungsfreie Außenströmung um ein gewisses, längs der Kontur veränderliches Maß, welches „Verdrängungsdicke“ δ^*

heißt, nach außen derart ab, daß sich die Außenströmung so verhält, als sei der Körper ringsum um eben dieses Maß verdickt.

Die effektive Kontur wird sich von der geometrischen Kontur hinsichtlich des Krümmungsverhaltens qualitativ dann am wenigsten unterscheiden, wenn die Strömung überall der Kontur folgt (anliegende Strömung) und der Strömungszustand der Grenzschicht auf jeder Körperseite einheitlich entweder laminar oder vollturbulent ist. Bedeutende Unterschiede zwischen den Krümmungsverläufen der effektiven und der geometrischen Kontur können sich jedoch ergeben, wenn sich die Strömung vorübergehend

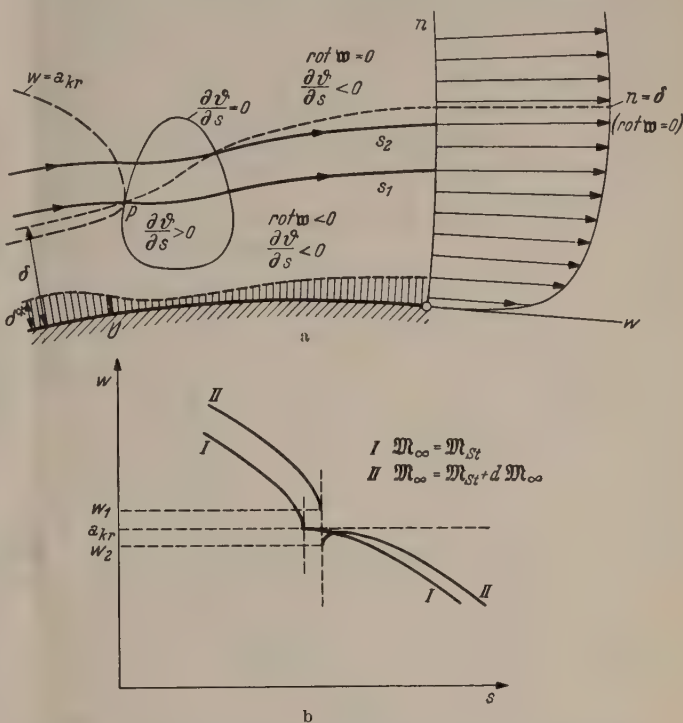
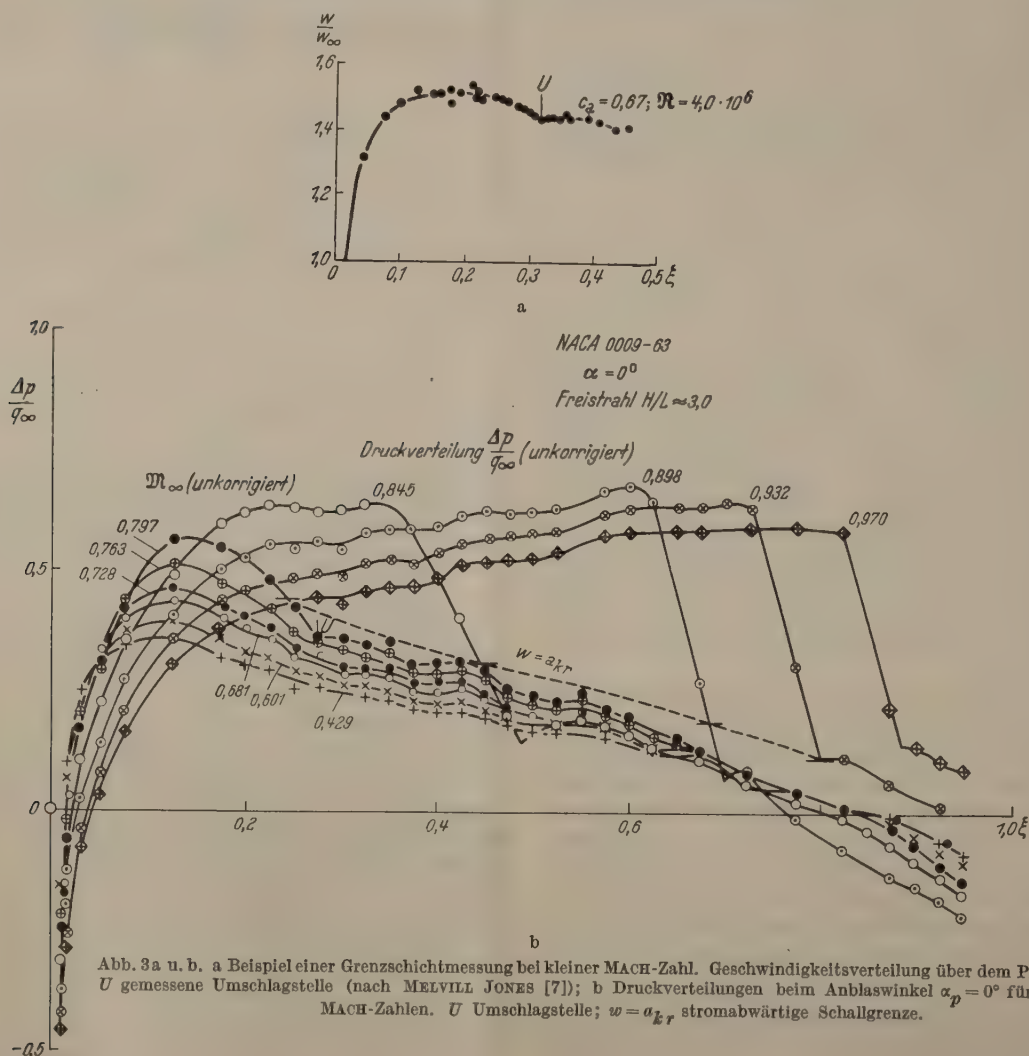
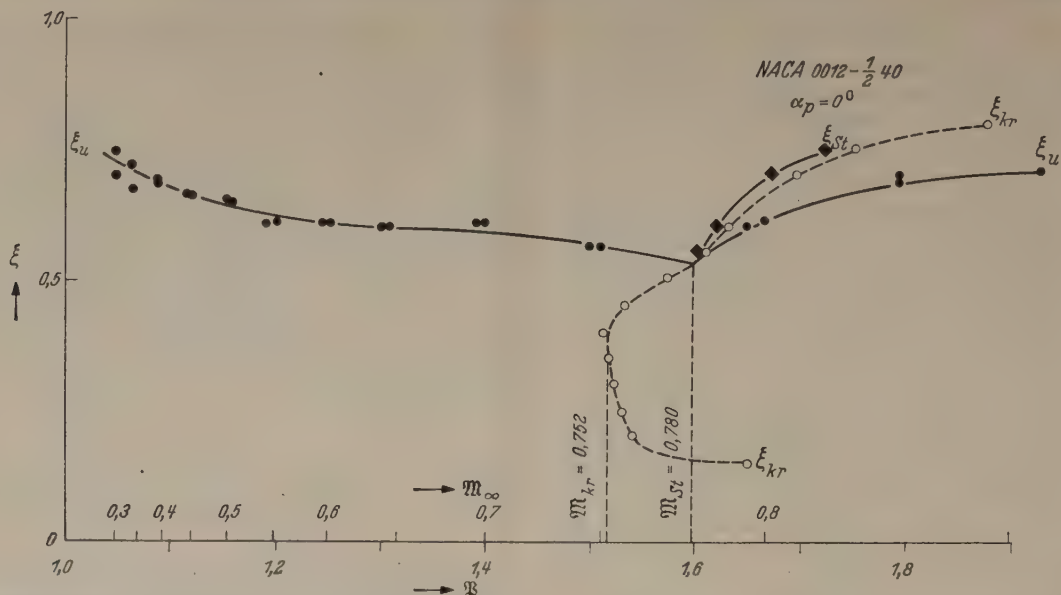


Abb. 1a u. b. a Schema der Strömung an der Umschlagstelle U . P Ausgangspunkt der Stoßentstehung; δ Grenzschichtdicke; δ^* Verdrängungsdicke; s_1, s_2 Stromlinien; $w = a_{kr}$ Schallgrenze. Rechts: Turbulentes Grenzschichtprofil $w(n)$. b Geschwindigkeitsverlauf $w(s)$ längs der durch den entstehenden Stoß führenden Stromlinie. Schematisch.

oder endgültig von der Kontur ablöst oder wenn bei anliegender Strömung eine anfangs laminare Grenzschicht in den turbulenten Zustand umschlägt („Grenzschichtumschlag“). In beiden Fällen kann selbst bei überall konvexer geometrischer Kontur die effektive Kontur stellenweise konkav werden und Wendepunkte bekommen. Liegen diese stromabwärts vom Geschwindigkeitsmaximum im Gebiet der Übergeschwindigkeiten, so bedarf es nur einer hinreichenden Überschreitung der kritischen MACH-Zahl, um die stromabwärtige Schallgrenze bis dorthin gelangen zu lassen und den Stoß auszulösen.

Als wichtigstes und durch Versuche (Abschnitt 6) genügend belegtes Anwendungsbeispiel führen wir die Überlegung für den Fall durch, wo bei anliegender Strömung und überall konvexer Kontur die Grenzschicht stromabwärts vom Geschwindigkeitsmaximum und noch im Gebiet der Übergeschwindigkeiten turbulent wird. Beim Umschlag in den turbulenten Zustand wird zwar die bis dahin laminare Grenzschicht, d. h. das Gebiet, wo $\text{rot } w \neq 0$ ist, als Ganzes dicker (die „Grenzschichtdicke“ δ wächst, Abb. 1 oben),



ter dem sie dann auch verhältnismäßig rasch wieder nimmt. Die Folge ist, daß selbst in Fällen, wo die konvexe Krümmung der geometrischen Kontur nicht ganz unbedeutend ist, die effektive Kontur in einer Umgebung des Minimums der Verdrängungsdicke konkav wird, womit sie 2 Wendepunkte erhält (Abb. 1 oben). Es existiert dann ein über den Rand hinaus in die Grenzschicht in die Potentialströmung hineinreichender Bereich, wo die Stromlinienkrümmung konkav ist, und der Rand dieses Bereichs ist ein Ort

die Umschlagstelle bei unterkritischen MACH-Zahlen wie im inkompressiblen Medium noch dicht hinter einem scharf ausgeprägten Geschwindigkeitsmaximum im Bereich stark konvexer Wandkrümmung liegt, die Geschwindigkeits- und Druckverteilung längs der Kontur zwischen der kritischen und der Grenz-MACH-Zahl in dem Sinne verformt wird, daß bei zunehmender MACH-Zahl das Gebiet stärksten Druckanstiegs und mit ihm die Umschlagstelle so weit stromabwärts verschoben wird, daß die Umschlagstelle, noch bevor

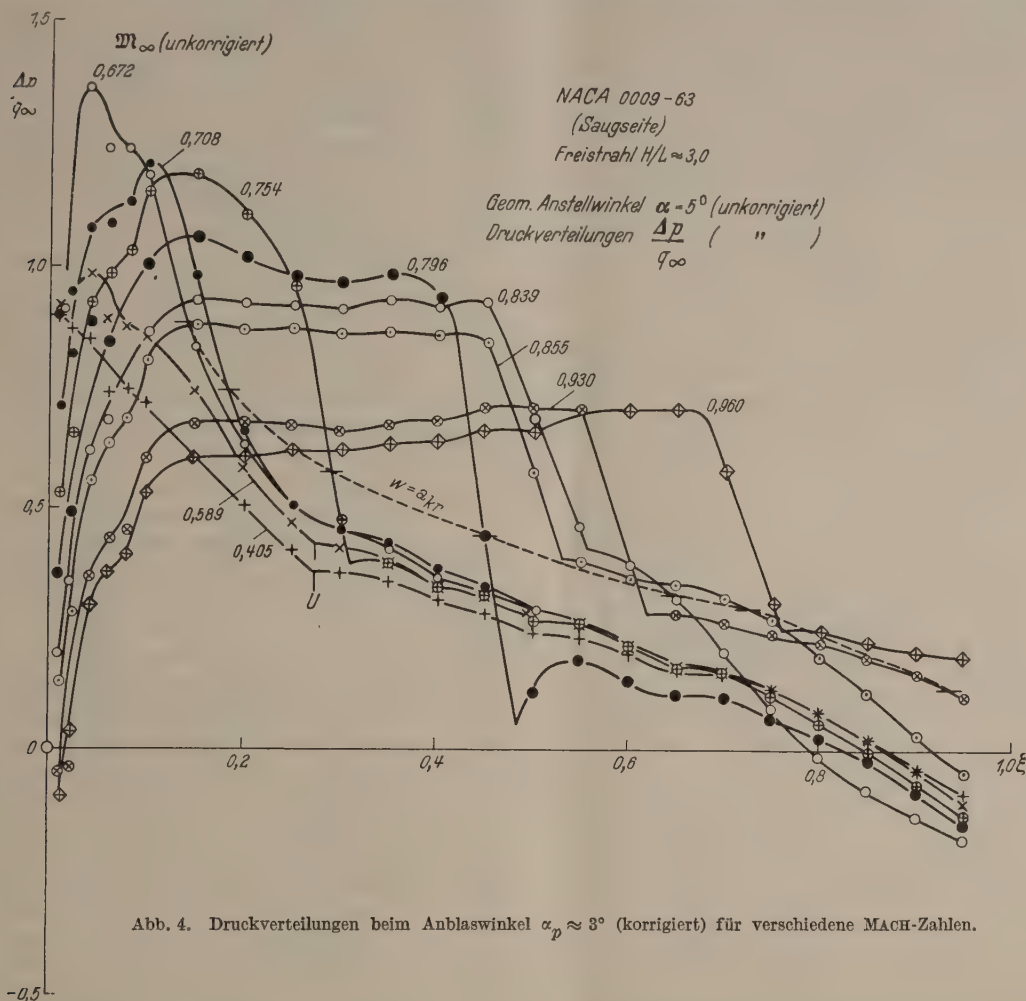


Abb. 4. Druckverteilungen beim Anblaswinkel $\alpha_p \approx 3^\circ$ (korrigiert) für verschiedene MACH-Zahlen.

geschwindender Stromlinienkrümmung. Diese Überlegung finden wir durch Abb. 3 und 4 (Abschnitt 6) experimentell bestätigt. Der Ausgangspunkt der Stoßentstehung liegt in diesem Fall auf dem Rand der Grenzschicht¹.

Das hier vorausgesetzte Vorkommnis, daß die „Einbeulung“ der Verdrängungsdicke an der Umschlagstelle gegenüber der Konvexität der geometrischen Kontur in der effektiven Kontur durchschlägt, wird nun gerade in der überkritischen Unterschallströmung dadurch begünstigt, daß in den Fällen, wo

sie von der zugleich sich ausweitenden stromabwärtigen Schallgrenze eingeholt wird, in ein Gebiet hinreichend schwach konvexer Wandkrümmung vorgerückt ist, wo dann der Einfluß des Minimums der Verdrängungsdicke an der Umschlagstelle ausreicht, um der benachbarten Potentialströmung Stromlinienwendepunkte aufzuprägen.

Da sich das örtliche Überschallgebiet bei zunehmender MACH-Zahl vom Geschwindigkeitsmaximum her auszubreiten beginnt, sobald die kritische MACH-Zahl überschritten wird, bedarf es immer noch einer gewissen Überschreitung der kritischen MACH-Zahl, eines „Stoßverzugs“, bevor die stromabwärtige Schallgrenze bis zu dem Ort der Stromlinienwendepunkte, in unserem Beispiel bis zur Umschlagstelle, vorgedrungen ist; dann aber ist der Stoß sofort da. Die Spanne zwischen kritischer und Grenz-MACH-Zahl, eben der „Stoßverzug“, wird durch den Unterschied zwischen der größten örtlichen Geschwindigkeit

¹ Längs einer Orthogonaltrajektorie, welche den Bereich stromabwärts konvexer Stromlinienkrümmung durchläuft oder berührt, innerhalb der ganzen Grenzschicht ($n < \delta$) $\partial w / \partial n > 0$ ist, so kann die Bedingung (II) $\partial w / \partial n = 0$ nur in der Potentialströmung bzw. auf dem zu ihr zählenden Rand ($n = \delta$) der Grenzschicht erfüllt sein. Damit ist aber für unser Beispiel sichergestellt, daß ein Punkt, wo die Bedingungen für die Entstehung sämtlich vorliegen, der Grenzschicht nicht angehört.

(w_{\max}/w_{∞} bei $M_{\infty} = M_{kr}$) und der Geschwindigkeit an der Umschlagstelle (w_u/w_{∞} bei $M_{\infty} = M_{St}$) bestimmt; sie ist daher im allgemeinen stark von der Anblasrichtung abhängig.

6. Versuchsergebnisse.

Von einer Messung, welche zur Kontrolle der vorliegenden Theorie herangezogen werden soll, muß

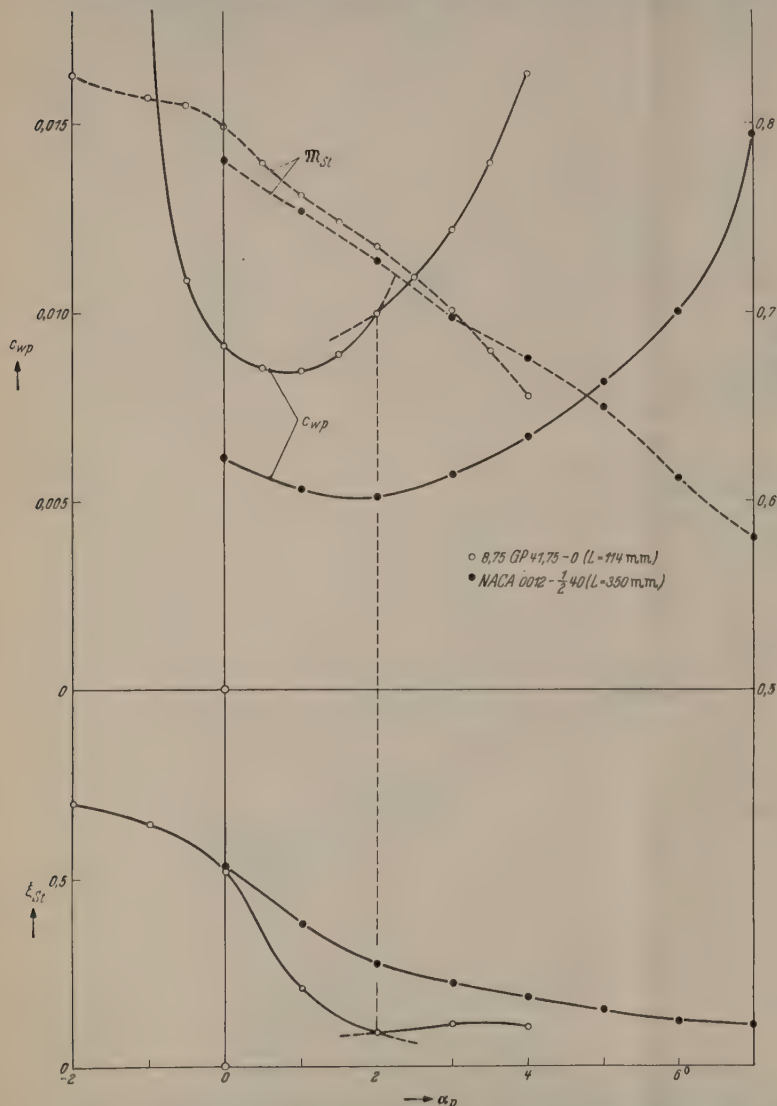


Abb. 5. Profilwiderstandszahlen c_{wp} bei der Grenz-MACH-Zahl M_{St} und zugehörige Lagen ξ_{St} des entstehenden Stoßes für zwei symmetrische Profile verschiedener Nasenkrümmung in Abhängigkeit vom Anblaswinkel α_p .

verlangt werden, daß sie die Veränderung des Strömungsbildes und insbesondere des Grenzschichtzustandes mindestens bis zur Grenz-MACH-Zahl zu verfolgen gestattet, indem sie Auskunft über die Lage der Umschlagstelle relativ zur stromabwärtigen Schallgrenze und über die Lage des freien Verdichtungsstoßes gibt. Auch muß sichergestellt sein, daß es sich wirklich um einen freien Stoß handelt. Solche Messungen liegen bisher nur ganz vereinzelt vor¹.

¹ Ausgewertet wurden folgende Versuche an symmetrischen Profilen:

Profil 8,75 GP 41,75-0:

HELMBOLD, H. B.: Dtsch. Akad. Luftf.-Forsch., Jb. 1942/43, 367. — Lilienthal-Ges. Luftf.-Forsch., Ber. 156, 170 (1943). — Dtsch. Luftf.-Forsch., Unters. u. Mitt. 2502 (1944). — FIAT-Rep. 1092 (1947).

Der älteste derartige Versuch, vom Verfasser 1941 mitgeteilt (Akademievortrag, vgl. Fußnote 1, S. 16 der Abb. 8), wies noch den Mangel auf, daß das Modell nur an 3 Stellen einer Körperseite mit Grenzschichtkanten versehen war und die Lage der Umschlagstelle nur bis $M_{\infty} = 0,76$ verfolgt wurde, so daß teilweise Extrapolationen bis $M_{\infty} = 0,825$ notwendig waren, um zu erschließen, daß mindestens im Bereich der Anblas-

winkel zwischen $\alpha_p = -2^\circ$ und $\alpha_p = +2^\circ$ der Grenzschichtumschlag den Verdichtungsstoß auslöst.

Vollen Aufschluß lieferten daher erst die in Abb. 2 vereinigten Ergebnisse B. GÖTHERT aus den Berichten FB 1910 und 1910/4. Deutlichkeit wegen über dem „PRANDTL-Faktor“ $\mathfrak{P}(M_{\infty}) \equiv 1/\sqrt{1-M_{\infty}^2}$ statt über der ungestörten MACH-Zahl M_{∞} sind die Rücklagen ξ der Schallgrenze, des Stoßes und der Umschlagstelle gegenüber der Vorderkante (in Profiltiefe L gemessen) für symmetrische Anblasung ($\alpha_p = 0^\circ$) aufgetragen. Die Meßpunkte der Umschlagstelle ξ_u entstammen dem Bericht FB 1910/4, die Rücklagen der Schallgrenze ξ_{kr} und des Stoßes ξ_{St} sind dem Bericht FB 1910 unter Benutzung der von Herrn B. GÖTHERT dankenswerter Weise zur Verfügung gestellten Originalmeßwerte entnommen. Man erkennt die zunächst rasche Ausbreitung des örtlichen Überschallgebiets (zwischen oberem und unterem ξ_{kr} -Wert) nach Überschreitung der kritischen MACH-Zahl und die Stoßentstehung beim Zusammentreffen der stromabwärtigen Schallgrenze ξ_{kr} mit der Umschlagstelle ξ_u . Das Abknicken der ξ_u -Kurve bei der Grenz-MACH-Zahl M_{St} ist die Folge der starken Veränderung des Druckverlaufs im Überschallgebiet nach Auftreten des Stoßes (das Geschwindigkeitsmaximum verschiebt sich stromabwärts). Die Lage der Umschlagstelle wurde bei diesem Versuch durch einen Staubbildschuß auf der polierten Modelloberfläche sichtbar gemacht.

Daß man die Lage der Umschlagstelle in einem Gebiet mäßigen Druckanstiegs an einem einspringenden Knick der Geschwindigkeits- und Druckverteilung längs der Kontur erkennen kann, falls die Meßpunkte genügend dicht aufeinanderfolgen, ist seit langem bekannt und erklärt sich aus den Überlegungen des Abschnitts 5: an der Umschlagstelle ist die effektive Kontur eingebuchtet. Dem Knick in der Druckverteilung entspricht sinngemäß der Knick in der ξ_{kr} -Kurve der Abb. 3. Ein besonders schönes Beispiel bietet die im oberen Teil der Abb. 3 wiedergegebene Messung von d.

Profil NACA 0012-1/2 40:

GÖTHERT, B.: Dtsch. Luftf.-Forsch., Forsch.-Ber. 1910 (1943); 1910/4 (1944). — HELMBOLD, H. B.: Dtsch. Luftf.-Forsch., Unters. u. Mitt. 2505 (1945). — FIAT-Rep. 1092 (1947).

Profil NACA 0009-63:

G. KOCH, unveröffentlichte Rohergebnisse ohne Kanalkorrekturen, 1944. Die Versuche an gewölbten Profilen von B. GÖTHERT, Dtsch. Luftf.-Forsch., Forsch.-Ber. 1910/2 (1943) und 1910/3 (1944), bei welchen die Lage der Umschlagstelle für alle Anblaswinkel festgestellt wurde, wurden für die Auswertung nicht mehr verfügbar.

ugseite eines gewölbten dicken Profils¹. Trotz be-
ächtlich konvexer Krümmung der Kontur weist die
rch die Grenzschicht verdickte effektive Kontur
n der gemessenen Umschlagstelle U konkave Krüm-
ung im Sinne der Schemaskizze Abb. 1 auf, wodurch
n örtliches Minimum der Geschwindigkeit entsteht.
uf die gleiche Weise wird die Umschlagstelle im
nteren Teil der Abb. 3 und in Abb. 4 sichtbar. Man
kennt, daß zwischen den überkritischen MACH-Zahlen
 $M_\infty = 0,797$ und $M_\infty = 0,845$ in Abb. 3 unten und
zwischen $M_\infty = 0,708$ und $M_\infty = 0,754$ in Abb. 4 die
durch einen waagerechten Strich markierte strom-
wärts gerichtete Schallgrenze ($w = a_{kr}$) die Umschlagstelle
überschreitet und daß jeweils zwischen denselben an-
gegebenen MACH-Zahlen der Stoß entsteht, dessen
Vorhandensein durch die Druckspitze am Ende des
Stoßbereichs sichtbar wird.

Schließlich lehrt der Vergleich der Profilwider-
standszahlen c_{wp} bei der Grenz-MACH-Zahl M_{St} mit

den zugehörigen Lagen ξ_{St} des entstehenden Stoßes
bei veränderlichem Anblaswinkel α_p (Abb. 5), daß
hier Gesetzmäßigkeiten vorliegen, die auf der Koin-
zidenz der Lage des entstehenden Stoßes mit der
Umschlagstelle beruhen. Bei dem schlanken GP-
Profil mit dem kleinen Nasenradius $\varrho_N = 0,0038$
kommt das Vorrücken der Stoß- bzw. Umschlagstelle
mit zunehmendem Anblaswinkel bereits bei $\alpha_p = 2^\circ$
zum Stillstand, bei dem dickeren NACA-Profil mit
 $\varrho_N = 0,0079$ dagegen dauert es mindestens bis $\alpha_p = 7^\circ$
an. Infolgedessen verlangsamt sich bei dem erstge-
nannten Profil die Widerstandszunahme mit dem
Anblaswinkel, die nachher nur noch von wachsen-
den örtlichen Geschwindigkeiten herrührt, plötzlich
bei $\alpha_p = 2^\circ$; eine Erscheinung, die von anderen
Laminarprofilen her durchaus geläufig ist, wäh-
rend bei dem zweiten Profil Widerstand und Stoß-
bzw. Umschlagstelle glatte Verläufe über dem An-
blaswinkel zeigen.

¹ MELVILL JONES: J. Aero. Sci. 5, 81 (1938).

Prof. Dr. H. B. HELMBOLD, (13 b) München 23, Römerstr. 14.

Über das Wachstum elektrolytisch erzeugter poriger Aluminiumoxydschichten.

Von HEINZ WILSDORF.

(Aus dem 3. Physikalischen Institut der Universität Göttingen.)

Mit 7 Textabbildungen.

(Eingegangen am 7. Juli 1949.)

Bei der anodischen Oxydation von Aluminium hat
man im wesentlichen zwei Arten von Oxydfilmen zu
unterscheiden: Sperrschichten und porige Schichten.
Die ersten werden in schwachauflösenden Elektro-
lyten (z.B. Ammoniumzitrat oder Borsäure) erhalten,
die zweiten in starkauflösenden, wie Schwefel- oder
Oxalsäure. Mit den porigen Schichten befaßt sich
die vorliegende Untersuchung. Die bisherigen Wachs-
tumsvorstellungen beruhen vor allem auf lichtmikro-
skopischen und elektrischen Messungen, während in
einer neueren Arbeit auch zahlreiche elektronen-
mikroskopische Aufnahmen herangezogen werden.
Nach den Fortschritten der Präparationstechnik
erschien uns eine erneute übermikroskopische Unter-
suchung gerechtfertigt zu sein, deren Ziel es ist, die
Einzelheiten der beiden Oberflächen des Films ge-
nauer zu erfassen und das Ergebnis im Hinblick auf
den Schichtaufbau zu diskutieren.

Die Herstellung der Schichten wird in der üblichen
Weise vorgenommen: Eine 0,02 mm dicke Reinstalumi-
niumfolie wird 3 min in verdünnter HNO_3 bei 80°C
eätzt und dann mit einer Fläche von etwa 1 cm^2 als
Anode in den Elektrolyten gehängt. Die Formierung
wurde entweder in 10%iger Schwefelsäure oder 7%iger
Oxalsäure vorgenommen. Als Kathode diente ein
Platinblech. In Schwefelsäure betrug der Mittelwert
des Stromes bei einer Gleichspannung von 10 V
0,01 A, in Oxalsäure 0,034 A bei 38 V Gleichspannung.
Die Formierungszeiten liegen in der Größenordnung
von 1 min und sind unter den einzelnen Abbildungen
angegeben. Das Ablösen der Filme vom Metall er-
folgte auf einer geringprozentigen Sublimatlösung.
Nach dem Waschen auf 10%iger Salzsäure und
Aqua dest. wurden die Häutchen auf Objektträger
Durchmesser der Bohrung (0,07 mm) gefischt.

Aus den üblichen Durchstrahlungsaufnahmen
konnten MAHL [1] sowie FISCHER und KURZ [2]

bereits erkennen, daß — vermutlich an der Unter-
seite der Schicht¹ — eine linsenförmige Verdickung
die Pore umgibt. Um eindeutige Bilder zu erhalten,
wurden Ober- und Unterseite des Oxydfilms durch
Schrägbedampfung „entwickelt“ [3]. Hierbei war es
wesentlich, daß die „Körnung“ der Aufdampfschicht
die Feinheiten der Poren nicht überdeckte, oder daß
bei nichtkristallinen Aufdampfungen, beispielsweise
 SiO_2 , die wegen der Kontrastwirkung nötige dicke
Schicht die Feinheiten nicht verschmierte. Beide
Fehlerquellen werden durch die von HELWIG [4]
entwickelte Schrägbedampfung mit Wolframoxyd aus-
geschaltet. Zur Bedampfung der Unterseite wurde die
Haut mittels eines feinmaschigen Drahtnetzes auf-
gefangen und mit der Schicht nach unten auf die von
einer dünnen Wasserschicht bedeckte Blende gelegt.
Nach dem Verdunsten des Wassers haftet der Film
auf der Blende, und das Netz kann abgehoben werden.

Bei den in Schwefelsäure erhaltenen Filmen mit
ihren etwa 100 \AA weiten Poren konnte man wesentliche
Einzelheiten nur undeutlich erkennen, die Unter-
suchung wurde daher an Oxalsäurefilmen mit größeren
Porendurchmessern durchgeführt. Abb. 1 und 2
zeigen die nach den oben angegebenen Verfahren ge-
wonnenen Bilder der Ober- und Unterseite einer
Oxydschicht. Der Unterschied ist deutlich: Während
die Oberseite einen ziemlich glatten Eindruck macht,
sind die Poren auf der Unterseite von Erhöhungen
umgeben.

Bevor wir diesen Befund deuten, sollen die Ergeb-
nisse und Wachstumsvorstellungen anderer Autoren
referiert werden. BAUMANN [5] beobachtet licht-
mikroskopisch Poren bei dickeren Oxydschichten,
die in Richtung des angelegten Feldes verlaufen. Er
stellt sich den Beginn des Wachstums durch das

¹ Darunter soll die dem Metall zugekehrte Fläche ver-
standen werden.

„Ineinandergleiten“ von Sauerstoffionen in das Aluminiumgitter bei Feldstärken von 10^9 V/m vor. Dann findet nach Erreichen einer bestimmten Spannung ein Durchschlag des gebildeten Oxydfilms statt, und verursacht eine Pore, von deren Fußpunkt aus das Oxyd in Form von Kugelkalotten wächst, die ihrerseits bei einer bestimmten Dicke wieder durchschlagen werden. Die Pore wird erweitert durch das Lösungsvermögen des Elektrolyten, der sie aber nicht ganz ausfüllt, da eine Gasentladung in der Pore zwischen

spannung eine dünne porenlose Oxydschicht, die durch ihr Wachstum dem fließenden Strom einen immer größer werdenden Widerstand entgegengesetzt bis die Durchschlagsspannung erreicht ist. Die durch die Überschlüge in der Haut entstandenen Poren werden vom Elektrolyten erfüllt, so daß jetzt der Leitungsmechanismus auf diesem Wege erfolgt. Abb. 3 zeigt die sehr feinen Poren einer Schwefelsäurehaut nach einer Formierungszeit von 10 sec. Da das Oxyd besonders an der großen Wandfläche der Poren vom



Abb. 1. Oxalsäurefilm, 60 sec, schräg bedampfte Oberseite, 45000:1.



Abb. 3. Schwefelsäurefilm, 10 sec, Oberseite schräg bedampft, 45000:1.



Abb. 2. Oxalsäurefilm, 60 sec, schräg bedampfte Unterseite, 45000:1.

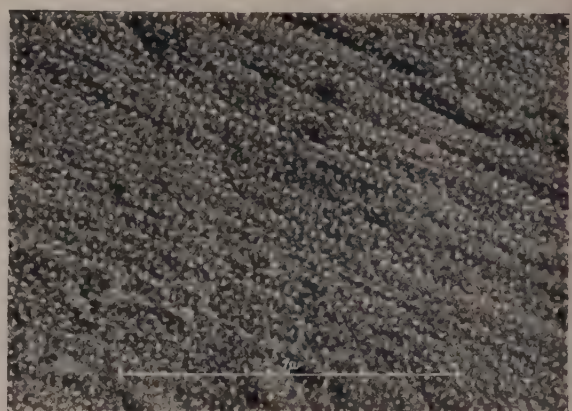


Abb. 4. Schwefelsäurefilm, 60 sec, Oberseite schräg bedampft, 45000:1.

Elektrolyt und Metall wegen der fallenden Widerstandscharakteristik anzunehmen ist. Auch RUMMEL [6] kommt bei der Besprechung des Leitungsvorganges in einer porigen Schicht nicht ohne Gasentladung aus, die er unter anderem aus Druckversuchen bei 250 atü durch Absinken der Stromstärke um 20% des Anfangswertes folgert. HERRMANN [7] legt seinen Betrachtungen die Annahme zugrunde, daß Aluminiumkationen durch die Oxydschicht wandern und dann mit den Anionen des Elektrolyten reagieren. Den Poren wird keine Bedeutung zugemessen. FISCHER und KURZ [2] gehen wieder auf die Auffassung von BAUMANN zurück, wonach das Wachstum der Schicht vom Porengrunde ausgeht. Der Bildungsmechanismus des Films wird jedoch vom chemischen Standpunkt aus gegeben.

Zunächst soll ein experimentelles Ergebnis mitgeteilt werden, das eine starke Stütze für die auf Grund von elektrischen Messungen und physikalischen Überlegungen gewonnenen Vorstellungen über den Beginn des Schichtwachstums liefert: Auf der Metalloberfläche bildet sich nach Anlegen der Formierungs-

Elektrolyten angegriffen wird, vergrößert sich ihr Durchmesser und es kommt zur Vereinigung mehrerer Kanäle. Die unregelmäßigen Querschnitte der Poren in Abb. 4 (60-sec-Haut) sind darauf zurückzuführen. In vielen Fällen kann man noch erkennen, daß zwei Poren kurz vor ihrem Zusammenschluß stehen, da der sie trennende Zwischenraum oft unter 50 Å Breite liegt. Allerdings ist der Vergrößerung des Porendurchmessers eine Grenze gesetzt. Das Bild eines nach 180 sec gewonnenen Oxydfilms unterscheidet sich von Abb. 4 fast nicht mehr durch die Porengröße, sondern lediglich dadurch, daß die schmalen Zwischensteige verschwunden und die Porenformen abgerundet sind; die Dicke der Schicht hat natürlich zugenommen. Dieses Ergebnis steht in Zusammenhang mit dem Formierungsstrom, der jetzt nur noch wenig ansteigt (Tabelle 1).

Die Oxalsäurefilme lassen die Beobachtung weiterer Einzelheiten zu: Auf der Unterseite einer in Oxalsäure gewachsenen Oxydschicht (Abb. 2) erkennt man, daß die Poren von Erhebungen umgeben sind, die — wenn die Porendurchmesser kreisförmig sind —

Tabelle 1. Stromstärkemessungen während der Formierung.

In Schwefelsäure		In Oxalsäure	
Zeit sec	Stromstärke A	Zeit sec	Stromstärke A
1	0,04	1	0,04
3	0,02	15	0,024
5	0,008	30	0,024
30	0,009	60	0,032
60	0,010	90	0,034
180	0,0102	120	0,035
240	0,0103	180	0,0354
		240	0,036

ne paraboloidartige Form mit dem dreifachen Durchmesser des Porenkanals haben. Dieser liegt zwischen 200 und 400 Å, während die Entfernung zwischen den Poren ungefähr das Doppelte beträgt. Aus diesen Daten und Abb. 1 ergibt sich die gezeichnete schematische Darstellung des Querschnittes der Schicht in Abb. 5.

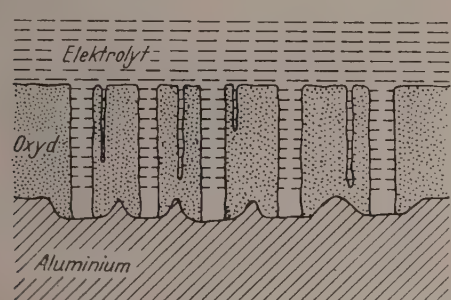


Abb. 5. Schnitt durch die Oxydhaut (schematisch).

Bei aufmerksamer Betrachtung erkennt man weiter, daß fast jede Pore durch eine dünne Haut abgeschlossen ist, die in allen Fällen mehrere kleine Löcher hat. Legt man dem Leitungsmechanismus in der Pore eine Gasentladung¹ zugrunde, die zwanglos die fallenden Stromspannungskurven [5] und das Verhalten der Anode während der Formierung [6] erklären würde², so läßt sich diese Beobachtung folgendermaßen deuten: Die nach dem Überschlag im Durchschlagskanal befindlichen Gase werden teilweise an den Wänden kondensiert oder im Elektrolyten gest, während der Rest des Gases unter einem hohen Druck stehen wird, der nach Schätzungen von RUMEL [6] schon durch die Kapillarkräfte 30 atü beträgt. Dadurch wird die Gasentladung als Funkenbogen brennen, und zwar als sog. Einschlußbogen, dessen hinterherlaufender Brennfleck durch die Löcher in der Grundoxydschicht markiert ist. Die diese Entladung im Gegenwart von Wasser umgebenden Gase bestehen nach BIDER [9] aus Wasserstoff und Sauerstoff. Im Bogen selbst werden Aluminiumionen zur Kathode befördert, die sich im Elektrolyten lösen und durch Fällen von Hydroxyd mit NaOH nachgewiesen wurden [5]. Daß die Oxydschicht nicht an der Grenze

¹ Hierfür spricht auch ein neuer Befund von L. HIESINGER und H. KÖNIG (Optik zur Zeit im Druck), die durch Kathodensträubung von Aluminium in Sauerstoffatmosphäre Aluminiumoxydschichten erhalten, deren Elektronenbeugungsbild sich von den durch anodische Oxydation im Elektrolyten erhaltenen Schichten nicht unterscheidet. Der Aufbau der Schicht scheint also im Elektrolyten nach dem gleichen Prinzip wie bei der Gasentladung zu erfolgen.

² Einige Autoren deuten die Lichterscheinung als Anstrahlung der Oxydschicht durch Elektronenstöße [8].

Oxyd-Elektrolyt wächst, sondern die Reaktion an der Unterseite abläuft, konnte bereits aus lichtmikroskopischen Beobachtungen an Querschliffen geschlossen werden: Eine nach kurzzeitiger Formierung angefarbte Oxydschicht wird nach weiterer Oxydation durch neugebildetes farbloses Oxyd vom Metall getrennt [6]. Für das Wachstum an der Grenze Metall-Oxyd stehen nun die im Entladungsraum vorhandenen Sauerstoffionen zur Verfügung. Die Verdickungen am Porenmund legen es nahe, an einen Diffusionsprozeß

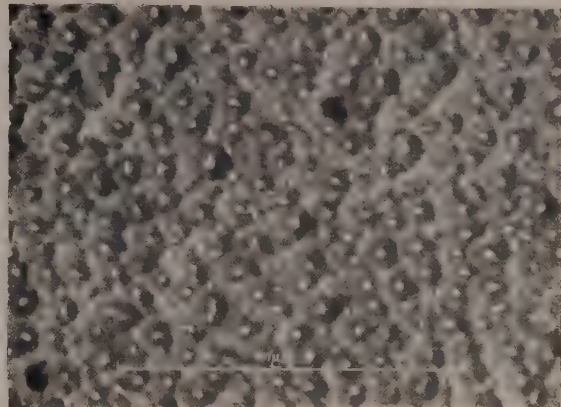


Abb. 6. Oxalsäurefilm, 40 sec, schräg bedampfte Unterseite, 45000:1.

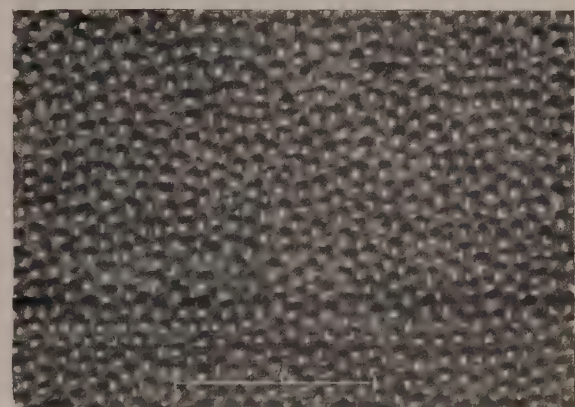


Abb. 7. Oxalsäurefilm, 60 sec, schräg bedampfte Unterseite, 26500:1.

zu denken, der zwanglos die Form der Erhebungen erklären würde, wenn die Sauerstoffionen vom Porenkanal zum Metall wanderten. Das Diffundieren der Aluminiumionen erscheint unwahrscheinlich, da dann die Reaktionszone in unmittelbarer Nähe des Porenkanals liegen würde und ein Zuwachsen unvermeidlich wäre.

Einen weiteren Beitrag zu dieser Frage liefert Abb. 6. Sie stellt wiederum die Unterseite einer Schicht dar, die jedoch nach einer kürzeren Formierungszeit gewonnen wurde als die Schicht in Abb. 2. Das Bild zeichnet sich durch die Unregelmäßigkeit der nebeneinander vorkommenden Porendurchmesser (100 bis 400 Å) und die zwischen den Poren liegenden fast ebenen Flächen aus. Deutlich erkennt man, daß die breiten und hohen Oxydwälle der großen Poren die kleinen „Hügel“ der Poren mit geringeren Durchmessern im Laufe der Formierung überwuchern, bis sie den Fußpunkt eines Porenwalles etwa gleicher Größe berühren. Dies ist für die gesamte Fläche bei einer 60-sec-Haut erreicht und im Wabenmuster auf

Abb. 7 besonders gut zu sehen¹. Längs den Berührungsstellen der Erhebungen beobachtet man noch sehr kleine Poren, die aber keine Funktion ausüben, sondern in Kürze beim Weiterformieren ganz überdeckt sein werden. Bemerkenswert ist, daß die Bildung der geschlossenen Wachstumsfront mit dem Konstantwerden des Formierungsstromes zusammenfällt (Tabelle I). Auch diese Beobachtung stützt die Vorstellung, daß die Reaktionszone an der Grenze der Porenverdickungen—Metall liegt.

Die Untersuchungen wurden mit einem Siemenschen Übermikroskop nach E. RUSKA und B. v. BORRIES bei 15000facher Vergrößerung durchgeführt.

Zusammenfassung.

Es werden elektronenmikroskopische Aufnahmen von dünnen Aluminiumoxydfilmen hergestellt, die durch anodische Oxydation in Schwefel- oder Oxal-

¹ Der Beschauer hat bei Abb. 7 im allgemeinen den Eindruck, als ob die Pore auf dem Grund einer Vertiefung ausmünde. Daß es sich tatsächlich um Erhebungen handelt, wie man sie sehen kann, wenn der Schatten auf den Beschauer zeigt (Drehung der Aufnahme um 180°), wird durch die starke Elektronenstreuung in Porennähe nachgewiesen.

säure erzeugt wurden. Mit Hilfe der Schrägbedampfung wurden „Ober-“ und „Unterseite“ der Schicht im Durchstrahlungsbild sichtbar gemacht. Während die Oberseite keine Unregelmäßigkeiten zeigt, sind auf der an das Metall grenzenden Fläche Verdickungen zu sehen, die die Poren umgeben. Die Entstehung dieser Verdickungen, die nach einer bestimmten Zeit bei gleichmäßiger Porengröße die Wachstumsfront bilden, wird im Zusammenhang mit dem Schichtwachstum diskutiert.

Die Anregung zu dieser Arbeit gab Herr Dozent Dr. H. KÖNIG, dem ich für vielfachen Rat und stetige Unterstützung meinen herzlichen Dank sage.

Literatur. [1] MAHL, H.: Korrosion u. Metallsch. 17, (1941). — [2] FISCHER, H., u. F. KURZ: Korrosion u. Metallsch. 18, 42 (1942). — [3] Siehe etwa KÖNIG, H.: Phys. Bl. 4, 503 (1948). — [4] HELWIG, G., u. H. MENKE: Naturwiss. 36, 281 (1949). — KÖNIG, H., u. G. HELWIG: Optik (in Druck). — [5] BAUMANN, W.: Z. Phys. 111, 708 (1938). — [6] RUMMEL, TH.: Z. Phys. 99, 518 (1936). — [7] HERMANN, W.: Wiss. Veröff. Siemens-Werk (Werkstoffsonderh. 1940, 188. — [8] ANDERSON, S.: J. appl. Physics 15, 47 (1944). — [9] HAGENBACH, A.: Handbuch der Physik, von GEIGER-SCHEEL, Bd. XIV, S. 338. 1927.

Dr. HEINZ WILSDORF, Göttingen, Obere Maschstr. 3.

Ein Apparat zur Sauerstoffmessung in Gasgemischen auf magnetischer Grundlage.

VON ERWIN LEHRER und EDGAR EBBINGHAUS.

(Mitteilung aus dem Physikalisch-Technischen Laboratorium der Betriebskontrolle der Badischen Anilin- und Soda-Fabrik Ludwigshafen a. Rh.)

Mit 6 Textabbildungen.

(Eingegangen am 6. August 1949.)

1. Problem.

Die registrierende Bestimmung von Sauerstoff in technischen Betriebsgasen ist außerordentlich wichtig, sowohl für die rechtzeitige Feststellung explosiver Gasgemische, als auch für die Einhaltung vorgeschriebener Betriebsbedingungen. Die bisher dafür gebräuchlichen Apparate, welche für kleine Sauerstoffgehalte z. B. auf der Wärmetönung bei der katalytischen Verbrennung des Sauerstoffs, für größere Meßbereiche auf volumetrischen Methoden mittels Verbrennung oder chemischer Absorption des Sauerstoffs beruhen, nehmen chemische Reaktionen zu Hilfe. 1939 erschien eine Arbeit von H. REIN [1], in welcher eine rein physikalische Methode zur Sauerstoffbestimmung in Gasgemischen beschrieben ist, die auf der Änderung der Wärmeleitung des Sauerstoffs im Magnetfeld beruht, wie sie von SENFTLEBEN [2] gefunden wurde. Da dieser Effekt sehr klein ist, versuchte im Herbst 1940 der eine von uns, die Strömungserscheinungen erhitzter Gase im Magnetfeld, welche ihm von seinen früheren Arbeiten [3] her bekannt waren und welche später von KLAUER, TUROWSKI und v. WOLFF [4] beschrieben wurden, für die Sauerstoffbestimmung heranzuziehen. Er untersuchte dabei ähnliche Anordnungen, wie sie die letzteren benützten. Für Gasgemische konstanter Zusammensetzung erwiesen diese sich als durchaus brauchbar, doch änderte sich ihre Empfindlichkeit mit der Wärmeleitfähigkeit des Gasgemisches, also besonders bei Schwankungen des Wasserstoffgehaltes, in unerträglichem Maße. War das Gerät z. B. für

Sauerstoff in Stickstoff eingestellt, so war seine Empfindlichkeit für Sauerstoff in Wasserstoff praktisch Null, da der Meßdraht nahezu auf die Temperatur der Umgebung abgekühlt wurde. Es gelang nur diesen Übelstand durch die nachstehend beschriebene Ringkammeranordnung weitgehend zu beseitigen und so zu einem Gerät zu kommen, welches sich im praktischen Betrieb seit Jahren sehr gut bewährt hat. Die Entwicklungsarbeiten selbst waren im Jahre 1944 praktisch abgeschlossen.

2. Meßprinzip.

Die neue Ringkammeranordnung ist schematisch in Abb. 1 dargestellt. Ein dünnwandiges Glasröhrchen G , welches den Meßraum bildet, ist horizontal zwischen den Polschuhen eines starken Magneten durchgeführt und außerhalb des Feldes durch eine Ringkammer R geschlossen. Das zu untersuchende Gasgemisch wird dieser Ringkammer durch die beiden Anschlüsse A so zugeführt bzw. entnommen, daß eine Gasströmung durch die Kammer keine Strömung in G verursacht. Das Glasröhrchen wird nun durch ein in zwei gleiche Teile a und b unterteilte Heizwicklung aus Platin erhitzt, welche sich von der Mitte des Magnetfeldes bis in den praktisch feldfreien Raum erstreckt. Dadurch, daß das Röhrchen von außen geheizt wird, ist die Temperatur des Gases in ihm überwiegend durch die weitgehend konstante Wandtemperatur bestimmt. Ein geringer Einfluß des Wärmeleitvermögens des Gasgemisches ist nur noch bei Wasserstoff festzustellen. Die beiden Hälften

und b der Heizwicklung bilden mit 2 Festwiderständen W_1 und W_2 eine WHEATSTONESche Brücke.

Das Gasgemisch im Meßraum enthalte soviel Sauerstoff, daß es paramagnetisch ist. Nun ist die Volumsuszeptibilität von Sauerstoff infolge ihrer Abhängigkeit von der Dichte und gemäß dem CURIEschen Gesetz umgekehrt proportional dem Quadrat der absoluten Temperatur, nimmt also mit steigender Temperatur rasch ab. Das Magnetfeld übt daher auf das Gas im kalten Teil von G eine größere Anziehungskraft aus als auf das im heißen Teil des Röhrchens. In G entsteht infolgedessen eine magnetische Konvektionsströmung in Pfeilrichtung, welche den Teil a der Heizwicklung abkühlt, den Teil b erwärmt. Dies verursacht einen Ausschlag des Brückeninstrumentes B , der dem Sauerstoffgehalt praktisch proportional ist.

3. Berechnung der Empfindlichkeit.

Im folgenden soll die Empfindlichkeit der Meßanordnung nach Abb. 1 unter vereinfachenden Annahmen überschlägig berechnet werden. Als Empfindlichkeit sei dabei die Spannungsänderung im Diagonalzweig der Brücke in mV für eine Änderung des Sauerstoffgehaltes im Gasgemisch um 1% bei Normaldruck bezeichnet. Der Einfluß der Suszeptibilität der diamagnetischen Bestandteile des Gasgemisches bleibe unberücksichtigt, da die Volumsuszeptibilität von Sauerstoff die aller anderen Gase mit Ausnahme von Stickoxyd um mehr als das Hundertfache übertrifft.

Legt man den in Abb. 2 dargestellten idealisierten Feld- und Temperaturverlauf längs der Achse des Glasröhrchens G zugrunde, bei welchem der Feldstärkeanstieg AB bei der Raumtemperatur T_2 , der Temperaturanstieg BC im Bereich konstanter Feldstärke H , der Feldstärkeabfall CD im Bereich konstanter Temperatur T_1 und der Temperaturabfall DE bei der Feldstärke 0 erfolgt, so gilt für die durch den Sauerstoffgehalt des Gases verursachte Druckdifferenz zwischen den zunächst geschlossen gedachten Enden des Glasröhrchens [3]:

$$\Delta p = 0,5 H^2 \cdot \left(\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2} \right) \cdot \frac{p \cdot 273}{760} \cdot C \left[\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \right], \quad (1)$$

wobei $C = 3,02 \cdot 10^{-2}$ die CURIESche Konstante für O_2 , $\rho_0 = 1,43 \cdot 10^{-3}$ die Dichte von O_2 bei 0°C und 760 Torr, p Partialdruck des Sauerstoffs in Torr.

Diese Druckdifferenz Δp treibe nun durch den aus G und R gebildeten Kreis in laminarer Strömung¹ die Gasmenge

$$V = \frac{\Delta p}{k \cdot \eta} \left[\frac{\text{cm}^3}{\text{sec}} \right], \quad (2)$$

wobei η die Zähigkeit des Gases in der Ringkammer und k ein Widerstandsbeiwert seien. Durch diese Gasströmung werde der Teil a der Heizwicklung um ΔT abgekühlt, der Teil b um ΔT erwärmt. Dann tritt im Diagonalzweig der Brücke die Spannung auf:

$$e = i \cdot \frac{R_0}{2} \cdot \alpha \Delta T [\text{Volt}], \quad (3)$$

wobei:
 R_0 Widerstand der ganzen Heizwicklung bei 0°C ,
 α Temperaturkoeffizient des Widerstands von Platin,
 i Stromstärke durch die Heizwicklung.

¹ Die REYNOLDSSche Zahl für G liegt in der Größenordnung 2.

Ist nun c_p [cal/g · grad] die spezifische Wärme des Gasgemisches, δ seine Dichte, so wird zum Aufwärmen des je sec strömenden Volumens V von T_2 auf T_1 die Wärmeleistung:

$$Q = c_p \cdot \delta \cdot V (T_1 - T_2) \text{ cal/sec}$$

der Hälfte a der Heizwicklung entzogen, wodurch diese um ΔT abgekühlt wird. Die Wärmeleistung,

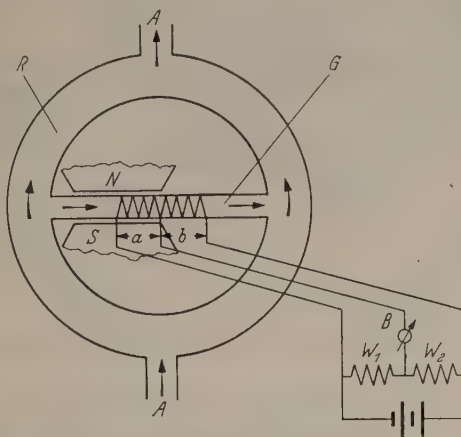


Abb. 1. Meßkammer (schematisch).

welche die Hälfte a auf der Übertemperatur $T_1 - T_2$ hält, beträgt:

$$Q_0 = i^2 \cdot \frac{R}{2} \cdot 0,239 \left[\frac{\text{cal}}{\text{sec}} \right].$$

Dabei ist R der Widerstand der Heizwicklung bei Betriebstemperatur.

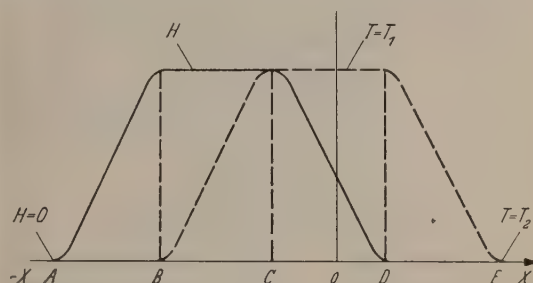


Abb. 2. Idealisierter Feld- und Temperaturverlauf.

Man kann nun in erster Näherung annehmen, daß die Temperaturänderungen proportional den Wärmeleistungen sind, also:

$$\frac{\Delta T}{T_1 - T_2} = \frac{Q}{Q_0}$$

mithin

$$\Delta T = \frac{2 c_p \delta V \cdot (T_1 - T_2)^2}{0,239 \cdot i^2 R}. \quad (4)$$

Aus (1), (2), (3) und (4) wird mit $R = R_0 (1 + \alpha (T_1 - 273))$ unter Einsetzung der Konstanten sowie der Werte für Sauerstoff die oben festgelegte Empfindlichkeit

$$E = 0,247 \frac{\alpha}{k} \cdot \frac{H^2}{i} \cdot \frac{c_p \cdot \delta}{\eta} \cdot \frac{(T_1 - T_2)^2}{1 + \alpha (T_1 - 273)} \times \left\{ \left(\frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2} \right) \left[\frac{\text{m Vcl}^\circ}{1 \% O_2} \right] \right\} \quad (5)$$

Darin ist α/k eine Apparatekonstante. Da i und T_1 vom Betriebsgas nahezu unabhängig sind (nur Wasserstoff

erniedrigt T_1 etwas), gibt $\frac{c_p \cdot \delta}{\eta}$ den Einfluß des Betriebsgases auf die Empfindlichkeit wieder, der demnach recht verschieden sein kann. Weiter unten soll auf Grund direkter Messungen auf die Gültigkeit von Gl. (5) näher eingegangen werden.

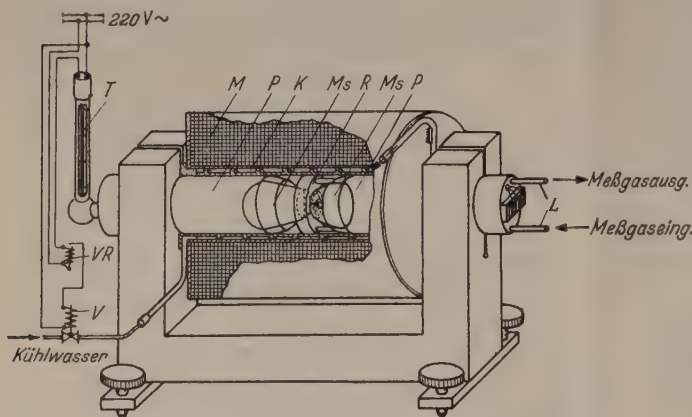


Abb. 3. Schema des Apparates mit Elektromagnet.

4. Beschreibung des Apparates.

a) Die erste Ausführung des Apparates bestand aus einem von dem einen von uns berechneten Elektromagneten, der in einem Spalt von 6 mm bei etwa 100 W Leistung ein Feld von etwa 17000 Oe erreichte.

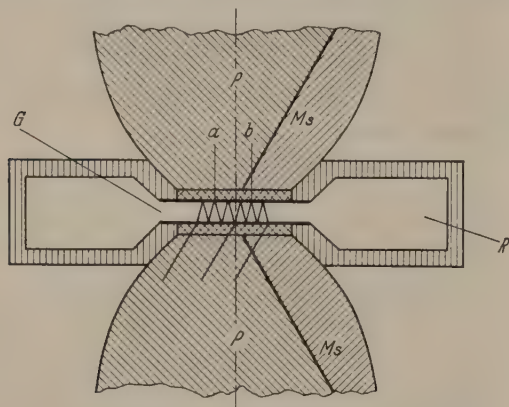


Abb. 4. Horizontalschnitt durch Polshuhe und Meßkammer.

Abb. 3 zeigt diese Ausführung in schematischer Darstellung. Die Erregerspule M des Elektromagneten ist auf einen wasserdurchströmten Kühlmantel K gewickelt und dient gleichzeitig als Heizung für die Thermostatanordnung, welche die Temperatur der in seinem Innern angeordneten Ringkammer R und der Polshuhe P konstant hält. Dies geschieht in üblicher Weise mit Hilfe eines Kontaktthermometers T , das in eine Bohrung eines Polshuhs eingelassen, über ein von einem Relais VR betätigtes magnetisches Ventil V den Kühlwasserstrom als Auf-Zu-Regler steuert. Der andere Polshuh ist mit der Ringkammer R fest verschraubt und gestattet durch 2 Bohrungen die Zu- und Ableitung des Meßgases mittels der Leitungen L . Die Ringkammer ist entsprechend der schematischen Abb. 1 gestaltet (die Richtung des Magnetfeldes ist natürlich senkrecht zur Zeichenebene zu denken). Der Raum zwischen den Polshuhen ist mit einem wärmeisolierenden Stoff ausgefüllt, um Störungen durch Konvektion der das Glasröhrchen umgebenden Luft zu vermeiden.

Abb. 4 zeigt einen Horizontalschnitt durch die Polshuhe mit Ringkammer. Um eine gleichmäßige Wärmeableitung zu gewährleisten, ist die Heizwicklung a, b auf dem Glasröhrchen G symmetrisch zur gemeinsamen Achse der Polshuhe P und der Ringkammer R angeordnet. Da die Erwärmung des Meßgases in dem Raum stärksten Feldabfalls erfolgen muß, wurde der Kunstgriff angewendet, je einen Abschnitt Ms der Polshuhe P aus unmagnetischem Stoff nahe gleichen Wärmeleitvermögens wie Eisen auszuführen. Auf diese Weise gelingt es, eine bezüglich der Wärmeableitung radialsymmetrische Anordnung mit der erforderlichen Unsymmetrie der Feldverteilung zu verbinden.

b) In Anbetracht des nicht unbeträchtlichen technischen Aufwandes für die eben beschriebene Anordnung wurde, sobald die praktische Bewährung des Meßprinzips feststand, der Ersatz des Elektromagneten durch ein Dauermagnetsystem angestrebt. Die Voraussetzung dafür bilden die außerordentlichen Fortschritte, die in letzter Zeit auf dem Gebiet der Dauermagnetlegierungen insbesondere mit magnetischer Vorzugsrichtung gemacht worden waren [5], wodurch die erforderliche magnetische Leistung mit erträglichem Gewicht zu erreichen war.

Den schematischen Aufbau des Gerätes zeigt Abb. 5. Die Ringkammer R sitzt zwischen den Polshuhen P aus Weicheisen, an die sich beiderseits die durch das Joch J zu einem magnetischen Kreis verbundenen Oerstitstege St anschließen. Für eine vorhandene Form der Oerstitmagnete¹, die den Bedürfnissen etwa entsprach, wurde die günstigste Form der Polshuhe P durch Streuflußrechnung ermittelt. Mit dem Magnetstahl Oerstit 160/18/55 (jetzt Oerstit 400) wurde bei einer Gesamtlänge der Stege von 220 mm in dem in der Ringkammer befindlichen Spalt von 8 mm ein Feld von etwa 10000 Oe erreicht.

Die Magnetisierung erfolgt nach Zusammenbau des Systems mittels zweier um die Stege gelegter Hilfswicklungen, die kurzzeitig mit etwa 80000 A-Windungen erregt werden, wozu eine Gleichstromleistung von 15 bis 20 kW erforderlich ist. Mit Hilfe von geeigneten Kurzschlußbügeln kann die Ringkammer nach erfolgter Magnetisierung eingebaut bzw. ausgetauscht werden, ohne daß ein Verlust an magnetischer Leistung eintritt.

Die Schaltung der Meßbrücke zeigt Abb. 6. Da die Ausführung mit Dauermagnet dem Einfluß wechselnder Raumtemperaturen auf die Meßanordnung ausgesetzt ist, ist eine Kompensation desselben unerlässlich. Außerdem ist die Kompensation der Wirkung kleiner ($\pm 3\%$) Heizstromänderungen wichtig, die trotz Verwendung von Konstantstromquellen auftreten könnten. Nach den bei Versuchen des einen von uns an Wärmeleitgeräten gewonnenen Erfahrungen gelingt die Kompensation der Heizstromabhängigkeit bei derartigen Brückenschaltungen stets durch Zuschalten entweder eines richtig bemessenen Vorwiderstandes R_v oder eines Nebenwiderstandes R_n zu einem Teil der Heizwicklung. Schaltet man gleichzeitig einen Vorwiderstand R_v zu a und einen Nebenwiderstand R_n zu b , so lassen sich beliebig viele Wertepaare R_v, R_n

¹ Konstruktion der „Deutschen Edelstahlwerke A.G.“, Krefeld.

angeben, welche die Meßanordnung stromunabhängig machen. Es läßt sich durch eine Rechnung, die hier unterdrückt werden soll, im Einklang mit dem Versuch zeigen, daß für eines und nur eines dieser Wertepaare gleichzeitig auch Temperaturunabhängigkeit vorhanden ist.

Diese Kompensation gilt streng nur für einen Punkt des Meßbereichs, der jedoch beliebig gewählt werden kann. Bei der üblichen Spurenmessung wird sie für 1% Sauerstoff eingestellt, so daß ein exakter Nullpunkt (auf $\pm 1\%$ des Meßbereichs für 10°C Temperaturänderung und $\pm 3\%$ Heizstromschwankung) gewährleistet ist.

Durch Vergrößerung der Abmessungen der Ringkammer gelang es, den durch die Verkleinerung des Feldes verursachten Verlust an Empfindlichkeit gegenüber dem Apparat mit Elektromagnet völlig auszugleichen. Als empfindlichster Meßbereich mit technischen Registriergeräten (0 bis 5 mV) wird im ungünstigen Fall des Stickstoffs (kleines $\frac{c_p \cdot \delta}{\eta}$) in beiden Ausführungen 0 bis 1% Sauerstoff bei guter Linearität erreicht. Eine weitere wesentliche Steigerung der Empfindlichkeit dürfte wegen des dann merklich werdenden Einflusses des Diamagnetismus des Trägergases in den meisten Fällen wenig Sinn haben, besonders wenn dieses ein Gemisch mit im Mischungsverhältnis schwankenden Komponenten ist.

Da eine Druckdifferenz Δp von etwa 10^{-3} mm WS am Meßröhrchen zur Aussteuerung des Meßbereichs ausreicht, ist leicht einzusehen, daß eine Neigungsänderung der Längsachse des Meßröhrchens einen Ausschlag bewirkt, der durch die geringere Gasdichte im geheizten Röhrchen verursacht wird (Schoonsteinwirkung). Der Apparat ist somit neigungsempfindlich, worauf durch solide Aufstellung Rücksicht zu nehmen ist. Es ist einleuchtend, daß dieser Effekt von der Dichte des jeweiligen Betriebsgases abhängig ist, was bei Gasen schwankender Zusammensetzung besonders zu beachten ist. Die Neigung wird dann z. B. so eingestellt, daß beim Übergang von Stickstoff zu Wasserstoff kein Ausschlag erfolgt.

5. Eigenschaften.

An einem Apparat mit Elektromagnet wurden eingehendere Untersuchungen über die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Stromstärke und der Gasart sowie über die Proportionalität der Anzeige ausgeführt.

Die Empfindlichkeit E in Stickstoff wurde in Abhängigkeit von der Stromstärke i in der Heizwicklung beobachtet und die zugehörigen Temperaturen T_1 aus dem Widerstand der Heizwicklung berechnet. Die Meßergebnisse sind in Tabelle 1 mit der aus Gl. (5) berechneten Empfindlichkeit verglichen.

Tabelle 1. $R_0 = 14 \Omega$, $T_2 = 295^\circ\text{K}$, $H = 17\,000\text{ Oe}$, $k \approx 3300$.

i A	R Ω	$T_1 - T_2$ $^\circ\text{C}$	E beobachtet mV/1% O_2	E berechnet mV/1% O_2	$\frac{E_{\text{beob}}}{E_{\text{ber}}}$
0,2215	20,6	95	6,0	19,3	0,311
0,2090	19,71	84	4,6	15,15	0,304
0,1917	19,13	70,5	3,2	10,7	0,299
0,1707	18,33	56,5	1,95	6,8	0,287

Danach stehen gemessene und berechnete Empfindlichkeit in einem nahezu konstanten Verhältnis; die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Temperatur T_1 wird also durch Gl. (5) richtig wiedergegeben. Daß die tatsächlich erreichte Empfindlichkeit nur etwa 30% der berechneten beträgt, dürfte folgende Ursachen haben:

1. Die in der Tabelle 1 enthaltenen und der Berechnung zugrunde gelegten Werte von T_1 sind die mittleren Temperaturen der Platinwicklung, während

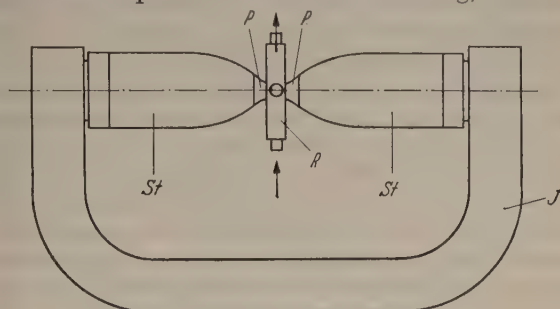


Abb. 5. Anordnung mit Dauermagnet.

die mittlere Temperatur des Gases im Röhrchen eingesetzt werden sollte. Nach einer allerdings etwas unsicheren Messung dürfte aus diesem Grunde $T_1 - T_2$ um etwa 10% zu hoch erscheinen.

2. Der idealisierte Feld- und Temperaturverlauf nach Abb. 2 wird praktisch nicht erreicht. An Stelle von $0,5 H^2 \cdot (1/T_2^2 - 1/T_1^2)$ in Gl. (1) wäre das Integral

$$\int_A^D H \cdot \frac{dH}{dx} \cdot \frac{1}{T^2} \cdot dx$$

zu setzen, das nach Messungen der Feld- und Temperaturverteilung nur etwa 70% des ersten Ausdruckes erreicht.

3. Gl. (4) liefert nur einen groben Näherungswert für die tatsächliche Abkühlung des Teils a der Heizwicklung, die in Wirklichkeit ebenso wie die Erwärmung des Teils b kleiner sein dürfte. Eine Abschätzung dieses Fehlers scheint kaum möglich.

Tabelle 2 gibt für verschiedene Gase die Werte des Ausdrucks $\frac{c_p \cdot \delta}{\eta}$ und der gemessenen Empfindlichkeiten wieder.

Tabelle 2.

	$\frac{c_p \cdot \delta}{\eta}$	$\frac{c_p \cdot \delta}{1,79 \cdot \eta}$	E_{beob} mV/1% O_2	$E/2,4$
N_2	1,79	1	2,40	1
H_2	3,48	1,95	3,60	1,50
C_2H_2	4,61	2,58	6,26	2,61
C_2H_4	4,60	2,57	6,02	2,51

Der Vergleich der auf Stickstoff bezogenen Werte in Spalte 3 und 5 zeigt, daß die Empfindlichkeit praktisch proportional $\frac{c_p \cdot \delta}{\eta}$ ist, wie es Gl. (5) fordert. Nur für Wasserstoff ist sie niedriger, da dessen

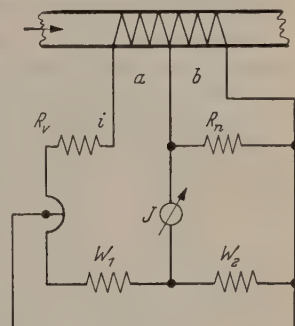


Abb. 6.
Meßbrücke mit Kompensation.

stark abweichende Wärmeleitfähigkeit die Temperatur T_1 etwas beeinflusst (S. 20). Wir sehen also, daß Gl. (5) die Abhängigkeit der Empfindlichkeit sowohl von der Stromstärke i und damit der Temperatur T_1 als auch von dem für jedes Gas charakteristischen Ausdruck $\frac{c_p \cdot \delta}{\eta}$ bis auf eine Konstante, die empirisch festzulegen wäre, einigermaßen richtig darstellt.

Für einen Meßbereich von 0 bis 2% Sauerstoff in Stickstoff besteht praktisch vollkommene Proportionalität zwischen Anzeige und Sauerstoffgehalt. Bei größeren Meßbereichen ist jedoch die Eichkurve nicht mehr linear. Strömt nämlich das Gas zu rasch durch das Meßröhrchen, so wird es nicht mehr vollständig auf die Temperatur der Wandung aufgewärmt. ΔT ist dann nicht mehr proportional V [Gl. (4)], die Empfindlichkeit wird stark vermindert. Mit Hilfe eines gemessenen, durch das Glasröhrchen geleiteten Gastromes wurde die Abhängigkeit zwischen e und V experimentell untersucht. Bis etwa 0,2 [cm³/sec] ist e bei verschiedenen Stromstärken i proportional V , um bei größeren Werten stark umzubiegen. Für größere Meßbereiche von etwa 0 bis 20% ist es deshalb zweckmäßig, H so herabzusetzen, daß V im proportionalen Bereich bleibt. Bei Dauermagneten wird dies z. B. durch Verwendung eines anderen Magnetstahles in den gleichen Abmessungen erreicht, sofern nicht eine kleinere, wesentlich leichtere Sonderausführung vorgezogen wird. Die Einstellung von Meßbereichen mit unterdrücktem Nullpunkt ist daher nur in gewissem Umfang möglich.

Es soll noch die Abhängigkeit der Anzeige vom Druck in der Meßkammer (d. h. vom Luftdruck) und von der Raumtemperatur T_2 † betrachtet werden:

Nach einfacher Überlegung folgt für die Abhängigkeit der Anzeige vom Luftdruck aus den Gl. (1) und (4) Proportionalität mit dem Quadrat des Luftdrucks. Wenn wir als normalen Schwankungsbereich des Luftdrucks $\pm 1\%$ ansehen, so würde dies einen Anzeigefehler von $\pm 2\%$ bedeuten, der bei Spurenanalysen zu vernachlässigen wäre. Durch Versuch wurde diese Überlegung bestätigt. Etwas komplizierter ist die Abhängigkeit des Ausschlages von der Raumtemperatur, die nur für den Fall des temperaturkompensierten Nullpunktes betrachtet werden soll. Das Experiment ergab an mehreren Apparaten mit Dauermagnet eine Abnahme der Empfindlichkeit von etwa 20% für 10°C Temperaturanstieg. Rechnerisch ergibt sich aus Gl. (5) für eine Zunahme von T_2 um 10°C unter Berücksichtigung der Zunahme von η (Stickstoff) ein Rückgang der Empfindlichkeit um 16,4%. Diese Übereinstimmung ist in Anbetracht der verwickelten Verhältnisse, auf die im einzelnen nicht eingegangen werden soll, als befriedigend anzusehen. Prinzipiell besteht die Möglichkeit, durch eine Kunstschtaltung mit temperaturabhängigen Widerständen eine Vergrößerung des Heizstromes i zu bewirken, die die Empfindlichkeitsabnahme kompensiert. Für Spurenmessung ist die Temperaturabhängigkeit des Ausschlages bei den vorkommenden Temperaturschwankungen im allgemeinen ohne Bedeutung.

† Die Anzeige der Ausführung mit Elektromagnet ist infolge der Thermostatenanordnung von der Außentemperatur unabhängig.

6. Anwendungen und Bewährung.

Die technische Bedeutung des beschriebenen Meßgeräts beruht vor allem darauf, daß damit erstmalig auch in ungesättigten Kohlenwasserstoffen (besonders Azetylen), wo alle früheren Methoden versagt hatten, eine zuverlässige Registrierung von Sauerstoffspuren ermöglicht wurde. Darüber hinaus schließt die magnetische Sauerstoffmessung den Anwendungsbereich des Wärmetönungsapparates zur Sauerstoffmessung bei mindestens gleicher Betriebssicherheit und Empfindlichkeit vollkommen mit ein. Schon die Ausführung mit Elektromagnet hat sich trotz gelegentlicher, durch die Wasserkühlung verursachter Störungen im Lauf von Jahren durchaus bewährt, während der Apparat mit Dauermagnet in seiner Einfachheit einen fast ideal zu nennenden Analysen- und Sicherheitsapparat darstellt. Der Nullpunkt beider Ausführungen ist über Monate auf $\pm 1\%$ des Meßbereiches konstant, die Empfindlichkeit praktisch unverändert.

Die Erprobung der ersten Apparate fand außer im Stickstoffwerk Oppau in den Chemischen Werken Hüls statt. Bei der Herstellung der ersten Apparate wurden wir von den Chemischen Werken Hüls in dankenswerter Weise tatkräftig unterstützt.

Zusammenfassung.

Der beschriebene Apparat zur registrierenden Bestimmung von Sauerstoff in technischen Gasgemischen beruht auf den Strömungserscheinungen erhitzter Gase in einem starken Magnetfeld. Er kann sowohl mit Elektromagnet als auch mit permanenten Magneten ausgeführt werden. In beiden Fällen ist ein Meßbereich von 0 bis 1% O₂ ohne Schwierigkeiten erreichbar.

Durch eine neuartige Ringkammeranordnung wird seine Empfindlichkeit nur wenig von der Wärmeleitfähigkeit des Gasgemisches abhängig; er eignet sich daher auch für Gasgemische mit schwankendem Wasserstoffgehalt. Die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von spezifischer Wärme, Dichte und Zähigkeit des Gemisches sowie von der Erhitzungstemperatur stimmt mit einer näherungsweise Berechnung gut überein.

Der Apparat entspricht hinsichtlich Nullpunkt Konstanz und Betriebssicherheit den für Dauerbetrieb zu stellenden Anforderungen. Er gestattet erstmalig, kleine Sauerstoffgehalte in Gasgemischen, welche ungesättigte Kohlenwasserstoffe, insbesondere Azetylen enthalten, auf rein physikalischem Wege zu registrieren.

Literatur. [1] REIN, H.: Schr. dtsh. Akad. Luftfahrtforsch. 1939, H. 11. — [2] SENFTLEBEN, H.: Phys. Z. 31, 822 (1930). — Ann. Phys. (V) 16, 907 (1933); 27, 117 (1936); 30, 541 (1937). — [3] LEHRER, E.: Ann. Phys. (IV) 81, 229 (1926). — GERLACH, W., u. E. LEHRER: Ann. Phys. (IV) 81, 1129 (1926). — [4] KLAUER, F., E. TUROWSKI u. T. v. WOLFF: Z. techn. Phys. 22, 223 (1941). — Z. angew. Chem. 54, 494 (1941). — [5] ZUMBUSCH, W.: Arch. Eisenhüttenw. 16, 101 (1942/43).

¹ Vgl.: Der Chemie-Ingenieur, Bd. II, Teil 4, S. 337. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft 1933.

Dr. ERWIN LEHRER, Badische Anilin- und Sodafabrik, Ludwigshafen a. Rh.

Dr. EDGAR EBBINGHAUS, Chemische Werke Hüls, Marl Kr. Recklinghausen.

Zur Wirkungsweise von Röntgenblitzrohren.

Von EWALD FÜNFER, Weil a. Rh.

Mit 8 Textabbildungen.

(Eingegangen am 7. Juli 1949.)

Einleitung.

Zur Untersuchung kurzzeitiger Vorgänge mit Röntgenstrahlen sind Röntgenblitzrohre entwickelt worden, die eine momentane Intensität bis zum 10^6 -fachen einer stationär betriebenen Röntgenröhre erreichen. Die Dauer der Emission ist dabei größenordnungsmäßig auf Zeiten von 10^{-6} bis 10^{-7} sec beschränkt. Die ersten ausführlichen Angaben über den Entladungsmechanismus solcher Röntgenblitzrohre sind in den Arbeiten von KINGDON und TANIS [1] und STEENBECK [2] enthalten. Die folgende Arbeit soll an Hand einiger experimenteller Ergebnisse weitere Einblicke in diese Vorgänge bringen.

Die Anwendungsmöglichkeiten von Röntgenblitzrohren sind in mehreren Arbeiten ausgeführt worden [3] bis [6]. Da zum Teil die benützten Röntgenblitzrohre prinzipielle Unterschiede aufweisen, soll zunächst ein kurzer Überblick über die bekannt gewordenen Konstruktionen gegeben werden.

Verschiedene Ausführungsformen von Röntgenblitzrohren.

Es soll zunächst das Verfahren von OOSTERAMPF [7] erwähnt werden, da es sich von den anderen Arbeiten grundsätzlich unterscheidet. Die Glühkathode eines normalen Röntgenrohres wird kurzzeitig bis in die Nähe des Schmelzpunktes erhitzt. Damit läßt sich eine Emission von etwa 20 A erreichen. Die Dauer eines Röntgenblitzes ist bestimmt durch die Kapazität, die über das Rohr mit einer Stromstärke von 20 A entladen wird. Um ausreichende Intensität zu erhalten, muß der Blitz relativ lang sein. In folgenden soll dieses Verfahren nicht behandelt werden.

Das zweite Verfahren benützt die Entladung eines Kondensators über eine Gasentladungsstrecke im Druckbereich von 10^{-3} bis 10^{-6} Torr. Dabei werden Spitzenströme in der Entladung von mehreren 1000 A und Entladezeiten von 10^{-6} sec und darunter erreicht. Die effektive Dauer des Röntgenblitzes läßt sich bis auf weniger als 10^{-7} sec senken. Die momentane Röntgenintensität ist bis zum 10^6 -fachen der Intensität eines stationär betriebenen Röntgenrohres gesteigert worden. Abb. 1 zeigt einige der bis jetzt bekannt gewordenen Ausführungsformen von Röntgenblitzrohren. Das Rohr von KINGDON und TANIS (Abb. 1a) besteht aus einem sehr gut evakuierten Glasgefäß mit einer Quecksilberkathode K , einer Wolframanode A und einer außen am Glasgefäß angebrachten zylindrischen Zündelektrode Z . Die Entladung findet im Quecksilberdampf statt, dessen Druck durch entsprechende Kühlung der Quecksilberkathode von 10^{-3} bis zu 10^{-4} Torr geändert wurde. Zum Betrieb wird die Spannung von zwei in Serie geschalteten aufgeladenen Kondensatoren C (0,025 bis 0,05 μ F) über eine Schaltfunkenstrecke F zwischen Kathoden und Anode gelegt. Gleichzeitig bekommt die Zündelektrode einen Spannungsstoß über den Spannungsteiler R_1, R_2 , um die Zündung zu erleichtern. Eine Konzentration der Elektronen auf die Anode findet nicht

statt, so daß also die ganze Anodenoberfläche als Röntgenstrahlungsquelle wirkt.

Das Glühkathodenrohr von STEENBECK (Abb. 1b) enthält eine sehr leistungsfähige Oxydglühkathode K (Spitzenstrom 500 A). Als Anode A wird Tantal verwendet. Die Abschirmzylinder S_2 und S_3 bilden ein elektronenoptisches System, das eine Fokussierung der Elektronen auf der Anode bewirkt. Das Rohr ist sorgfältig evakuiert und entgast. Ein kleiner Hg-Tropfen im Rohr sorgt für den gewünschten Quecksilberdampfdruck, der durch die Kühlung des Rohres variiert werden kann. P ist eine Platte zum Schutz der Kathode vor Aufprall rascher positiver Ionen. Die Spannung kann in gleicher Weise wie bei Rohr 1a mit einer Schaltfunkenstrecke stoßartig angelegt werden. Außerdem kann bis zu etwa 60 kV die Spannung statisch an das Rohr gelegt werden, wenn die Blende S_2 negative Spannung hat. Zum Zünden ist dann ein positiver Impuls an S_2 nötig. Zwischen K und S_2 wird eine dauernd brennende Entladung von etwa 5 A erzeugt.

Das STEENBECKsche Kapillarrohr (Abb. 1c) besteht aus einer Quecksilberanode A und -kathode K . Um einen kleinen Brennfleck auf der Anode zu erhalten, wird die Entladung in einem Kapillarrohr eingeeengt. Die Verwendung der Quecksilberanode soll 2 Vorteile bieten: die hohe Ordnungszahl von Hg (80) ist aus Intensitätsgründen günstig. Die Belastung der Hg-Anode kann soweit getrieben werden, daß kräftige Verdampfung stattfindet, ohne daß eine dauernde Veränderung der Anode oder Wandbeläge auftreten. Das Rohr wird stoßartig über die Funkenstrecke F an die aufgeladene Kapazität C_1 gelegt, wobei die Zündung durch eine dritte Elektrode Z erleichtert wird. Z ist über eine kleine Kapazität C_2 (200 bis 300 cm) mit A verbunden, so daß im ersten Augenblick die volle Spannung zwischen K und Z liegt und die Entladung dort einsetzt, um nachher nach A überzugreifen. Der Hg-Dampfdruck im Rohr wird auch hier durch die Temperatur des Quecksilbers eingestellt. Der Brennfleckdurchmesser der Anode lag unterhalb 2 mm bei einem Kapillarrohr von 6 mm Innendurchmesser. Die Konzentration des Elektronenstrahles in der Kapillare erfolgt durch die negative Wandladung und die positive Raumladung.

Die bis jetzt besprochenen Rohre arbeiten mit Entladungen im Quecksilberdampf, wobei ein bestimmter Dampfdruck (etwa 10^{-4} bis 10^{-3} Torr) durch geeignete Kühlung eingestellt wurde. Im Gegensatz dazu ist das Vakuum bei den folgenden Typen nur durch die Pumpleistung, bzw. die Entgasung der Innenteile des Entladungsraumes begrenzt. Die Entladung findet in Luft bei Drucken wahrscheinlich weit unterhalb 10^{-4} Torr statt. Angaben über die Güte des Vakuums sind in den Arbeiten jedoch nicht enthalten.

Das sog. Feldemissionsrohr von SLACK und EHRKE [3] (Abb. 1d) ist ein abgeschmolzenes hoch-evakuiertes Glasrohr mit Wolframanode A und einer zylindrisch ausgehöhlten Kathode K , in deren Schlitz

sich eine Zündelektrode Z befindet. Die Spannung wird mit einem MARXSchen Stoßgenerator erzeugt und über eine Schaltfunkenstrecke F_3 stoßartig an das Rohr gelegt, wobei durch eine passende Schaltung dafür gesorgt wird, daß zunächst zwischen Z und K die volle Spannung auftritt. Der Feldgradient an Z ist dabei so hoch, daß Feldemission erfolgen kann, was zu einer Entladung zwischen K und Z führt. Der Entladestrom ist dabei durch den Widerstand R_1

Die Kathode wird aus 2 Scheiben gebildet (K und Z), die in so kleinem Abstand einander gegenüberstehen, daß mit einem Zündimpuls von ungefähr 10 kV eine Entladung zwischen ihnen eingeleitet werden kann, wodurch die Hauptentladung zwischen K und A

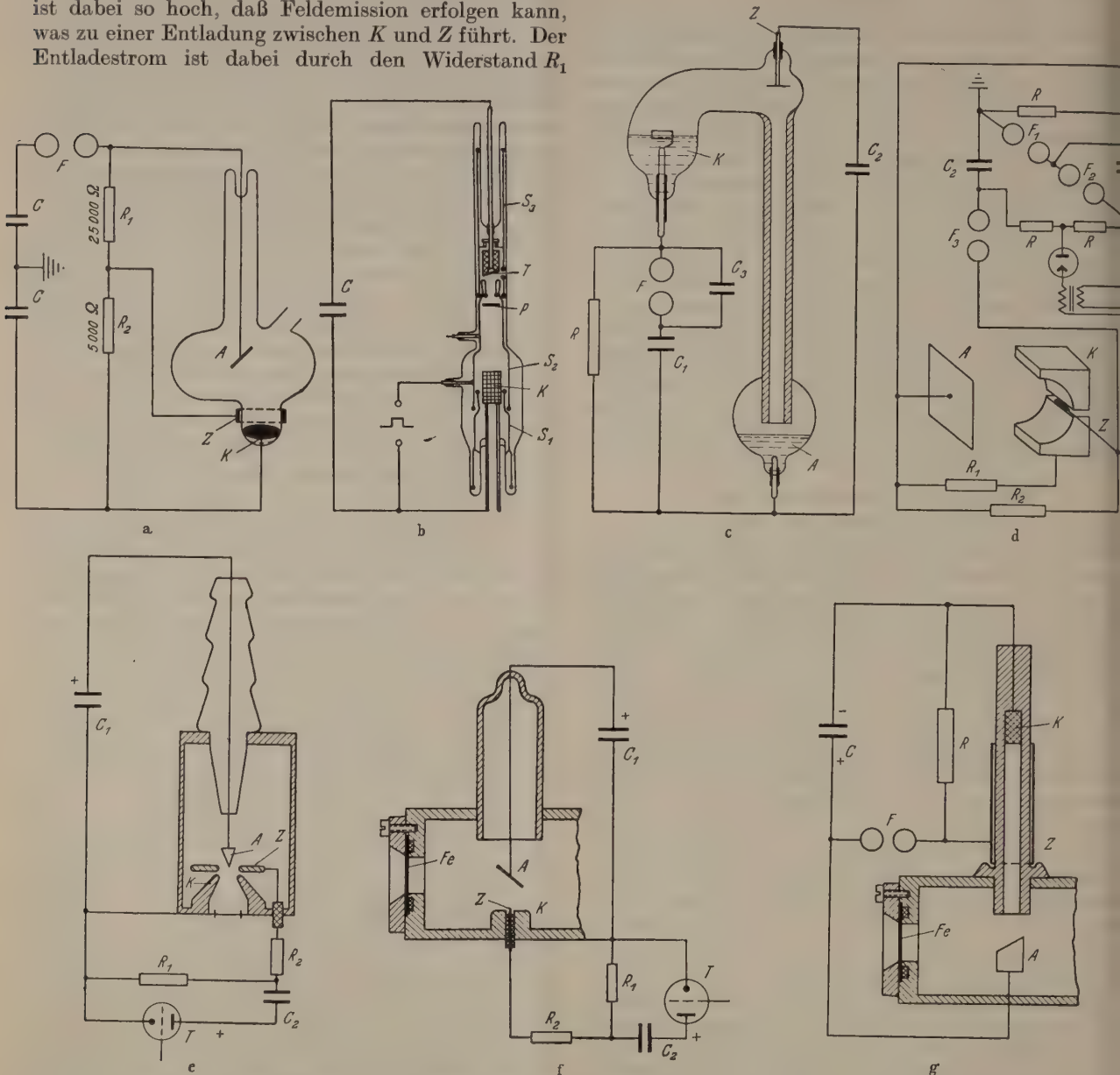


Abb. 1a–g. Verschiedene Ausführungsformen von Röntgenblitzrohren. a Röntgenblitzrohr von KINGDON und TANIS; b Röntgenblitzrohr mit Glühkathode von STEENBECK; c Kapillarrohr von STEENBECK; d Röntgenblitzrohr von SLACKE und EHRKE; e Siemens-Röntgenblitzrohr; f Versuchsrohr; g Kapillarrohr.

begrenzt. Durch diese Vorentladung wird die eigentliche Hauptentladung eingeleitet, die nunmehr zwischen K und Z einerseits und A andererseits stattfindet und zur Erzeugung der Röntgenstrahlung führt. Eine gewisse Konzentration der Elektronen auf der Anode wird durch die Form der Kathode erreicht. Eine von I. MÜHLENFORDT bei der Firma Siemens entwickelte, jedoch bisher nicht veröffentlichte Form zeigt Abb. 1e. Über eine Weiterentwicklung des MÜHLENFORDTSchen Rohres berichten W. SCHAAFFS und F. TRENDLENBURG [5] und W. SCHAAFFS [9]. Das Rohr wird während des Betriebes mit einer Öldiffusionspumpe evakuiert. Die Anode A ist ein Wolframkegel.

gezündet wird. Im Gegensatz zu den bisher besprochenen Rohren liegt die Spannung der Kapazität C_1 am Siemensrohr dauernd zwischen Kathode und Anode. Bei genügendem Vakuum können 100 kV und mehr angelegt werden, ohne daß die Entladung von selbst einsetzt. Diese erfolgt erst dann, wenn die Vorentladung zwischen K und Z gezündet wird. Die Zündung erfolgt mit Hilfe eines Stoßkreises, der z.B. aus Thyatron T , Kapazität C_2 und den Widerständen R_1 und R_2 bestehen kann. Der Austritt der Röntgenstrahlung erfolgt in Richtung der Achse des Wolframkegels, der als eine Erweiterung des Götzschen Strichfokusprinzips aufzufassen ist. Er bietet

Ein Vorteil einer großen Anodenoberfläche bei kleinem einbarem Brennfleck. Eine Konzentration der Elektronen auf der Anode ist also hierbei nicht nötig. Bei einigen der folgenden Messungen wurde eine Art des Siemens-Rohres benutzt, welches eine leichte Änderung der Versuchsbedingungen gestattete (Abb. 1f). Die Anode A besteht aus einer Kupferplatte, die Kathode ist als Spaltfunkenstrecke mit Kathodenkörper K und Zündstift Z ausgebildet. Um eine relativ weiche Röntgenstrahlung beobachten zu können, ist ein Fenster F aus dünnem Zelluloid angesetzt. Die Anode ist mit einem Glasrohr isoliert angeführt. Der Rohrkörper besteht aus Eisen. Der Entladungsraum wird dauernd mit einer Öldiffusionspumpe evakuiert. Die Spannung des aufgeladenen Kondensators C_1 liegt statisch am Rohr und die Entladung wird durch eine Hilfsentladung zwischen K und Z eingeleitet, wozu ein Stoßkreis bestehend aus Leyratron T , Kapazität C_2 und den Widerständen R_1 und R_2 benutzt wird. Ein weiteres Versuchsrohr (Abb. 1g). Die Entladung findet zwischen Kathode K und Anode A statt und wird dabei in einer Kapillare wie bei dem STEENBECKSchen Kapillarrohr eingengt. Die Zündung erfolgt durch eine außen am Rohr angebrachte Zündelektrode Z , die zunächst gegen den hochohmigen Widerstand R ($1\text{ M}\Omega$) die Spannung der Kathode hat. Wird F gezündet, so bekommt Z das Potential der Anode und der hohe Feldgradient zwischen K und Z genügt zur Einleitung der Entladung zwischen K und A . Der Strahlenaustritt erfolgt ebenfalls durch ein dünnes Zelluloidfenster F .

Theoretische Überlegungen zum Entladungsvorgang im Röntgenblitzrohr.

Eine theoretische Behandlung des Entladungsvorganges ist in der Arbeit von STEENBECK veröffentlicht worden. Es sind die Rohre der Abb. 1a, 1b, 1c zugrunde gelegt worden, also Typen, bei denen die Entladung im Quecksilberdampf von 10^{-3} bis 10^{-4} Torr stattfindet. STEENBECK findet eine gute Übereinstimmung der theoretischen Ergebnisse mit seinen eigenen Versuchen und denen von KINGDON und TANIS. Die folgenden Versuche sind mit den Rohren Abb. 1e, 1f, 1g durchgeführt. Um die Ergebnisse mit den theoretischen Überlegungen vergleichen zu können, wird zunächst eine verallgemeinerte und erweiterte Form der STEENBECKSchen Theorie wiedergegeben.

Zur Berechnung des Röntgenblitzes ist die Kenntnis von Spannungs- und Stromverlauf an der Entladungsstrecke nötig. Im extremen Hochvakuum ist der Strom durch die auftretende negative Raumladung begrenzt. Im Röntgenblitzrohr treten jedoch Spitzenströme auf, die diesen reinen Hochvakuumstrom um ein Vielfaches übertreffen. Dies ist nur dadurch möglich, daß die den Gasraum durchfliegenden Elektronen die noch vorhandenen restlichen Gas-moleküle in bestimmtem Maße ionisieren und die gebildeten positiven Ionen die Raumladung weitgehend kompensieren. Eine einfache Überschlagsrechnung, wie sie z.B. in der Arbeit von STEENBECK durchgeführt ist, zeigt, daß bei größeren Entladungsströmen ein Überschuß von einigen Prozent an Elektronen genügt, um im Entladungsraum eine Potentialdifferenz zu erzeugen, die das angelegte äußere Feld

überwiegen würde. Da dieser Fall nicht eintritt, kann der Stromverlauf infolgedessen weitgehend unter Annahme eines quasi-neutralen Plasmas berechnet werden. Eine Abweichung von diesem neutralen Zustand ist natürlich zu Beginn der Entladung vorhanden, so daß also die folgende Rechnung keine Aussage über diesen Zeitpunkt geben kann. Für den Röntgenblitz liefert dieser erste Moment keinen wesentlichen Beitrag an Intensität. Soll die angedeutete Rechnung den wirklichen Stromverlauf liefern, so muß vorausgesetzt werden, daß die Kathode dauernd so viele Elektronen liefern kann, als der im Gasraum vorhandenen Zahl von positiven Ionen entspricht.

Die Prozesse, welche Elektronen an der Kathode des Röntgenblitzrohres erzeugen, sind offenbar bisher nicht untersucht worden. Nur beim Glühkathodenrohr von STEENBECK ist es klar, daß die Glühkathode den wesentlichen Beitrag an Elektronen liefert, während bei allen anderen Rohren mit kalter Kathode zwar außerordentlich hohe Ströme auftreten, die Herkunft der Elektronen und ihr Bildungsprozeß jedoch unklar ist. Für die folgende Rechnung wird zunächst angenommen, daß die Kathode in der Lage ist, so viele Elektronen zu liefern, daß die Stromstärke nicht durch Nachlieferung von Elektronen sondern durch die Zahl der positiven Ionen im Gasraum begrenzt wird. Die Richtigkeit dieser Annahme ergibt sich später durch den Vergleich mit dem Experiment.

In Abb. 2 sei C die auf die Spannung U_0 aufgeladene Kapazität und R das Röntgenblitzrohr, an dem zur Zeit t die Spannung U_R liege. Die Spannung am Kondensator zur Zeit t sei U_C , die Selbstinduktion des Kreises L , der Strom I . Dann gilt:

$$U_R = U_C - L \frac{dI}{dt}. \quad (1)$$

Zur Vereinfachung wurde bei den folgenden Versuchen L so klein gewählt, daß $L \frac{dI}{dt}$ vernachlässigt werden kann. Es ist also in jedem Augenblick die Kondensatorspannung $U_C = \text{Rohrspannung } U_R$. Die von der Kathode gestarteten Elektronen ionisieren im Gasraum entsprechend ihrer Geschwindigkeit v und dem Gasdruck p . Die Zahlenwerte für die Ionisierungsfunktion $s(U)$ sind dem Buch von ENGEL-STEENBECK [8] entnommen. Nimmt man nun neutrales Plasma im Gasraum an, so läßt sich die Zahl der in einem Volumenelement im Zeitelement dt gebildeten positiven Ionen dn^+ vor der Anode berechnen. Da die Elektronen dort die volle Spannung U_R durchfallen haben, ist $s(U)$ entsprechend der Spannung U_R zu wählen. Es ist also

$$dn^+ = \frac{dq}{e} \cdot s \cdot p, \quad (2)$$

wo dq die während dt durch das Volumenelement geflossene negative Ladung, also dq/e die Zahl der Elektronen ist. Die zur Zeit t vorhandene Zahl von positiven Ionen N_t^+ ist also zu berechnen, wenn man sie während der Dauer des Vorganges als stillstehend

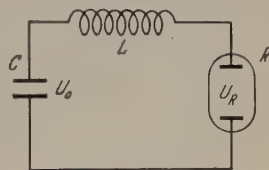


Abb. 2. Entladungskreis.

betrachtet, was näherungsweise angenommen werden soll. Es gilt

$$N_t^+ = \int_0^t dn^+ = \frac{p}{e} \int_0^q s dq. \quad (3)$$

Da N_t^+ auch gleich der in diesem Volumenelement vorhandenen Zahl von Elektronen N_t^- sein soll, deren Geschwindigkeit v vor der Anode durch U_R gegeben ist, so findet man die Stromdichte

$$i_t = N_t^- \cdot v \cdot e = v \cdot p \cdot \int_0^q s \cdot dq. \quad (4)$$

Bei einer Anodenfläche F ergibt sich der Gesamtstrom

$$I = i \cdot F = v \cdot p \cdot \int_0^Q s \cdot dQ, \quad (5)$$

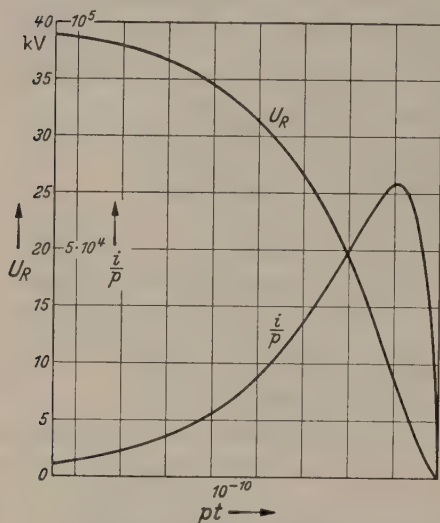


Abb. 3. Strom- und Spannungsverlauf am Röntgenblitzrohr (berechnet).

wobei $Q = q \cdot F$ die gesamte bis zur Zeit t durch das Rohr geflossene Ladung ist. Die Geschwindigkeit v ist

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m} U_R} \quad (6)$$

und somit

$$I = p \sqrt{\frac{2e}{m} U_R} \cdot \int_0^Q s \cdot dQ. \quad (7)$$

Weiterhin läßt sich setzen

$$Q = C(U_0 - U_R). \quad (8)$$

(8) in (7) eingesetzt ergibt:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -C \frac{dU_R}{dt} = -pC \sqrt{\frac{2e}{m} U_R} \int_{U_0}^{U_R} s(U_R) dU_R. \quad (9)$$

Die beiden Gleichungen für Strom und Spannung sind also damit gegeben.

$$\frac{dU_R}{dt} = p \cdot \sqrt{\frac{2e}{m} U_R} \int_{U_0}^{U_R} s(U_R) dU_R, \quad (10)$$

$$I = -C \cdot \frac{dU_R}{dt}. \quad (11)$$

Abb. 3 zeigt den graphisch gewonnenen Strom- und Spannungsverlauf unter Zugrundelegung einer

Anfangsspannung $U_0 = 40 \text{ kV}$ und $C = 500 \text{ cm}$. Dabei ist aufgetragen $I/p = f_1(p \cdot t)$ und $U_R = f_2(p \cdot t)$ um einen den Versuchen entsprechenden Druck später eintragen zu können. Es sei noch erwähnt, daß STEENBECK seine Rechnung zur Vereinfachung mit einem konstanten mittleren s -Wert durchgeführt und als Geschwindigkeit v eine der halben Rohrspannung entsprechende Spannung eingesetzt hat. Damit erhält er eine gute Anpassung an die gemessenen Werte. Zur Prüfung der theoretischen Überlegungen scheint dieses Verfahren nicht besonders geeignet, wie sich später bei der Besprechung der Versuche zeigen wird.

Aus Gl. (7) erhält man für $s = \text{const}$ und $v = \sqrt{\frac{e}{m} U_R}$ die STEENBECKSche Formel:

$$I = s \cdot p \cdot \sqrt{\frac{e}{m} U_R} \cdot C (U_0 - U_R). \quad (12)$$

Thermische Vorgänge an der Anode.

Die Energie der auf die Anode aufprallenden Elektronen wird fast vollständig zur Erwärmung des Anodenmaterials verbraucht. Da diese Energiezufuhr in außerordentlich kurzer Zeit (10^{-6} bis 10^{-7} sec) stattfindet, ist jede Kühlung der Anode wirkungslos. Die oberste Schicht der Anode kommt also auf hohe Temperaturen, während die Wärmewelle in der kurzen Zeit nur wenig in das Material eindringt. Auch die durch Abstrahlung bewirkte Kühlung ist fast ganz zu vernachlässigen. Aus der Theorie der Wärmeleitung findet man folgenden Ansatz [2]: Soll in der Zeit t die Temperatur der Oberfläche der Anode von T_0 auf T_m (etwa Schmelzpunkt des Anodenmaterials) ansteigen, so ist dafür folgende Energie nötig:

$$E = \frac{1}{2} \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \cdot \sigma} (T_m - T_0) \sqrt{t}, \quad (13)$$

wobei λ = Wärmeleitfähigkeit, c = spezifische Wärme, σ = Dichte ist. Tabelle 1 enthält die Werte für Kupfer und Wolfram.

Tabelle 1.

	$\lambda \left[\frac{\text{cal}}{\text{grad} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}} \right]$	$c \left[\frac{\text{cal}}{\text{grad} \cdot \text{g}} \right]$	$\sigma \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	Schmelzpunkt
Cu	0,9	0,094	8,93	1083° C
Wo	0,48	0,032	19,1	3350° C

Läßt man also eine Erwärmung der Anodenoberfläche bis zum Schmelzpunkt zu, so ergibt sich bei einer Energiezufuhr innerhalb von 10^{-6} sec die spezifische Anodenbelastung E für Kupfer zu $E = 3,5 \text{ Wsec je cm}^2$ und für Wolfram zu $E = 6,7 \text{ Wsec/cm}^2$.

Messungen an verschiedenen Röntgenblitzrohren.

Spannungsverlauf.

Der Verlauf der Spannung U_R am Rohr wurde bei dem Typ 1e (Siemens-Rohr) mit dem Hochspannungszosillographen direkt gemessen. Abb. 4 zeigt die Oszillogramme, wobei das Oszillogramm a mit $U_0 = 40 \text{ kV}$ und $C = 500 \text{ cm}$, das Oszillogramm b mit $U_0 = 40 \text{ kV}$ und $C = 10000 \text{ cm}$ erhalten wurde. Angenähert ist die Zeit des Spannungszusammenbruches in beiden Fällen etwa $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$. Der Verlauf des Zusammenbruches ist jedoch in den beiden

illen stark verschieden. Außerdem geht die Entladung bei b nach dem Zusammenbruch in einen römstarken Lichtbogen über. Die auftretenden Schwingungen entsprechen der Eigenfrequenz des Entladungskreises und gestatten eine Berechnung der Selbstinduktion des Kreises zu $L = 1,5 \cdot 10^{-6}$ H. Die beiden Oszillogramme zeigen zunächst, daß die Ausbildungszeit für die Entladung im Röntgenblitzrohr relativ groß ist. Jedenfalls ist sie sehr groß gegenüber der entsprechenden Zeit für einen Funken in der Luft bei Atmosphärendruck, dessen Spannungsverlauf unter sonst gleichen Bedingungen das Oszillogramm 4c wiedergibt. Der Zusammenbruch erfolgt in

induktion dieses Meßwiderstandes muß außerordentlich gering sein. Es zeigte sich, daß die Herstellung eines geeigneten Widerstandes, der bei sehr hoher Belastbarkeit genügend selbstinduktionsfrei ist, nur für kleine Entladeströme möglich war. Bei einer Kapazität von 500 cm und 40 kV wurde ein Meßwiderstand von 10Ω benutzt. Bei 10000 cm Kapazität und 40 kV war mit einem Meßwiderstand von $0,4 \Omega$ kein brauchbares Resultat zu erzielen. Insbesondere zeigt es sich, daß im Wechselstromlichtbogen, der der Röntgenblitzentladung folgt (Abb. 4b), ein so hohes dI/dt auftritt, daß am Meßwiderstand die Spannungsspitzen während dieser Periode größer sein können

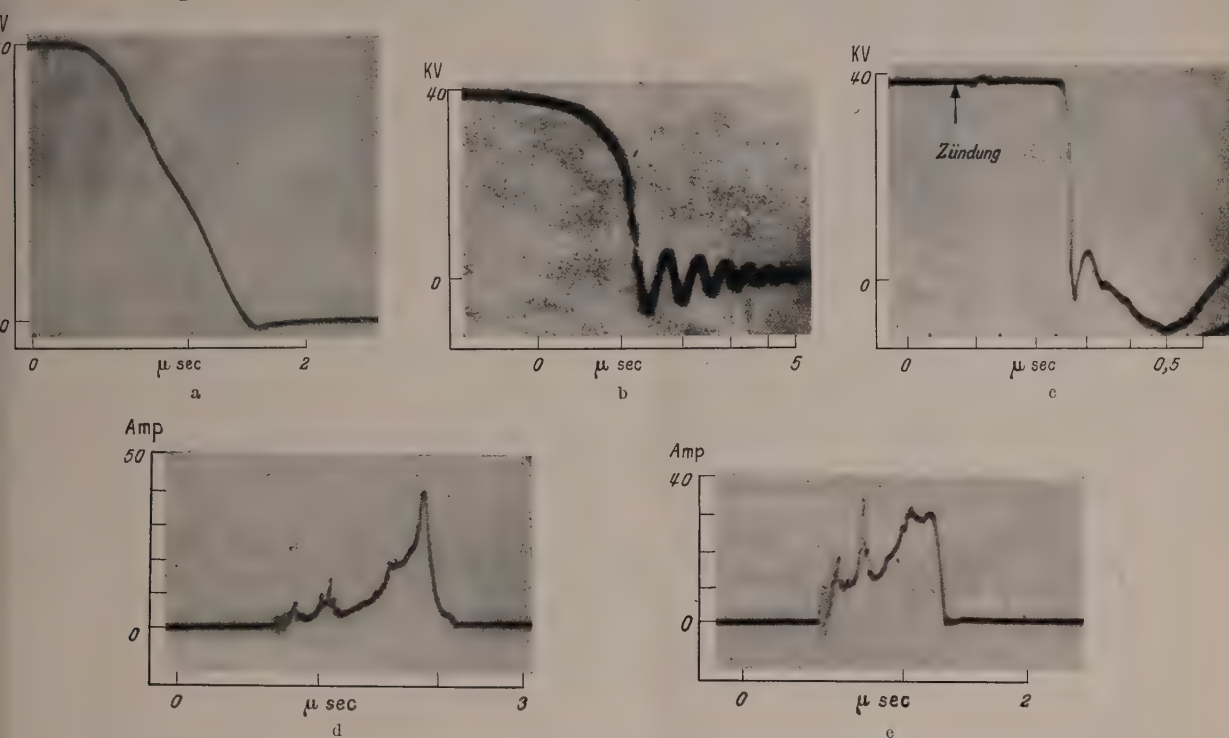


Abb. 4a—e. Strom- und Spannungsverlauf einer Röntgenblitzentladung. a Spannungsverlauf bei $C = 500$ cm; b Spannungsverlauf bei $C = 10000$ cm; c Spannungszusammenbruch am Röntgenblitzrohr bei Atmosphärendruck; d und e Stromverlauf im Röntgenblitzrohr.

10^{-8} sec. Diese Tatsache ermöglicht die Verwendung der Luftfunkenstrecke als Schalter in Entladekreisen nach Abb. 1a, c, d. Wäre die in der Arbeit von BLACK und EHRKE geäußerte Ansicht richtig, daß die Entladung bei einer Luftfunkenstrecke langsamer erfolgt als beim Röntgenblitzrohr, dann würde der Spannungsabfall zum größten Teil an der Funkenstrecke und nicht am Röntgenrohr liegen. Um den Spannungsabfall an der Schaltfunkenstrecke herabzusetzen, hat sich die Parallelschaltung eines Kondensators C_3 (Abb. 1c) zur Funkenstrecke bewährt. Der Beginn der Entladung, d. h. der Einsatz der Zündentladung zwischen K und Z (Abb. 1e) läßt sich auf den Spannungsozillogrammen (z. B. Abb. 4c) leicht machen. Es zeigt sich, daß die Zeit vom Beginn der Zündentladung bis zum gut erkennbaren Spannungszusammenbruch am Rohr kürzer wird mit zunehmendem Strom in der Zündentladung.

Stromverlauf.

Der Stromverlauf wurde beim Siemens-Rohr gemessen. Es wurde dazu der Spannungsverlauf an einem im Entladungskreis befindlichen Meßwiderstand mit dem Oszillographen aufgenommen. Die Selbst-

als während der Röntgenblitzentladung. Diese Tatsache zwingt zu großer Vorsicht bei der Beurteilung der in manchen Arbeiten angegebenen Werte für die in Röntgenblitzrohren auftretenden Maximalströme, soweit sie nämlich nicht durch oszillographische Aufnahmen des Spannungsverlaufes an einem Meßwiderstand, sondern durch Messung der am Widerstand auftretenden Maximalspannung mit einer Funkenstrecke bestimmt wurden. Sie können also ebenso gut der im Röntgenblitz auftretenden Stromstärke als der Stromstärke im nachfolgenden Lichtbogen entsprechen. Abb. 4d und e bringt 2 Beispiele von Stromkurven, die unter gleichen Bedingungen aufgenommen wurden ($U_0 = 40$ kV, $C = 500$ cm). Sie zeigen einen langsamen Anstieg des Stromes bis zum Maximum und anschließend einen wesentlich schnelleren Abfall auf 0. In den Einzelheiten sind sie jedoch außerordentlich verschieden. Es treten eine Reihe von Stromspitzen auf, die offenbar mit noch ungeklärten Unregelmäßigkeiten des Entladungsaufbaus zusammenhängen. Aus den Kurven läßt sich dI/dt_{\max} entnehmen. Zusammen mit dem früher ermittelten Wert der Selbstinduktion des Kreises ergibt sich, daß in allen hier behandelten Fällen das Glied $L \cdot dI/dt$

vernachlässigt werden kann gegenüber U_0 , so daß die Grundlage für die im vorigen Abschnitt durchgeführte Vernachlässigung dieses Faktors gegeben ist. Eine Messung des Strom- und Spannungsverlaufes beim gleichen Röntgenblitz war aus experimentellen Gründen nicht möglich. Da jedoch der Spannungsverlauf die Integralkurve zum Stromverlauf darstellt [Gl. (11)], so läßt sich aus einer gemessenen Stromkurve leicht die zugehörige Spannungskurve berechnen. Abb. 5 gibt eine gemessene Stromkurve und die durch Integration gewonnene Spannungskurve in ihrer zeitlichen Zuordnung wieder. Über gleichzeitige Messung von Strom, Spannung und Röntgenstrahlung berichten CH. M. SLACK und D. S. DICKSON [10].

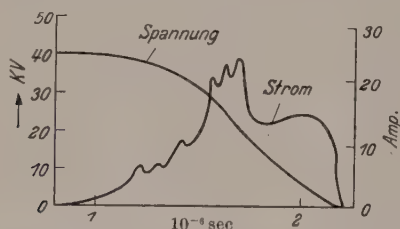


Abb. 5. Experimentell gefundene Stromkurve und durch Integration ermittelte Spannungskurve in ihrer zeitlichen Zuordnung.

Vergleich mit der Theorie.

Zum Vergleich der experimentell gefundenen Resultate mit den im vorigen Abschnitt entwickelten theoretischen Aussagen soll zunächst die Entladung bei kleinen Strömen, also etwa die den Oszillogrammen der Abb. 4 entsprechende Entladung bei $C = 500$ cm

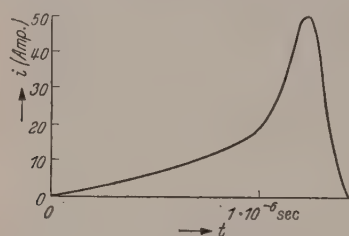


Abb. 6. Stromverlauf im Röntgenblitzrohr.

und $U_0 = 40$ kV betrachtet werden. Der Druck im Entladungsraum betrug $3 \cdot 10^{-5}$ Torr. Die theoretischen Kurven für Strom- und Spannungsverlauf (Abb. 3) geben die experimentell gefundene Verschiedenartigkeit, insbesondere die mehrfachen Stromspitzen nicht wieder. Zum Vergleich wird deshalb eine experimentelle Kurve benützt, die einen möglichst glatten Verlauf zeigt. Außerdem muß eine völlige Entladung des Kondensators über das Rohr erfolgt sein, was nicht bei allen Blitzen der Fall war. Es muß also noch geprüft werden, ob der aus den Oszillogrammen entnommene Wert $\int I dt = U_0 \cdot C$ ist. Ein derartiges Oszillogramm ist in Abb. 6 gezeichnet. Die Spitzenstromstärke ist etwa 50 A, die gesamte Entladezeit etwa $1,5 \cdot 10^{-6}$ sec. Theoretisch ergibt sich aus Abb. 4 für $p = 3 \cdot 10^{-5}$ Torr eine Spitzenstromstärke von 2 A und eine Entladezeit von etwa $3 \cdot 10^{-5}$ sec. Der Vergleich mit einer größeren Zahl von Oszillogrammen ergibt, daß im Mittel die gemessenen Spitzenströme etwa 20mal größer und die gemessenen Entladezeiten etwa 20mal kleiner als die theoretischen Werte sind. Dieses Ergebnis würde also bedeuten, daß die Zahl der positiven Ionen im Gasraum größer

sein muß als der angenommene Prozeß der Ionisierung durch Elektronenstoß liefert. Eine solche zusätzliche Ionisierung kann in den betrachteten kurzen Zeiten wohl nur durch eine photoionisierende Strahlung bewirkt werden. Nun ist bei dem angeführten Beispiel die Entladekapazität $C = 500$ cm und damit der Entladestrom relativ klein. Eine einfache Rechnung liefert den Nachweis, daß in diesem Fall, insbesondere zu Beginn der Entladung, sehr große Abweichungen von Zustand des quasineutralen Plasmas auftreten müssen. Bei einer Entladung mit $C = 10000$ cm entsprechend Abb. 4b sind diese Abweichungen jedoch bereits sehr gering. Aus den Oszillogrammen ergibt sich ebenfalls eine Entladezeit von etwa $1,5 \cdot 10^{-6}$ sec, während die Rechnung wie im vorigen Fall etwa $3 \cdot 10^{-5}$ sec liefert. Die Annahme einer zusätzlichen Ionisierung durch Photonen erscheint also berechtigt. Ein Hinweis auf diese Möglichkeit findet sich auch in der Arbeit von J. G. TRUMP und R. I. VAN DE GRAAFF [11].

Intensitätsverlauf des Röntgenblitzes.

Um den zeitlichen Verlauf der Röntgenstrahlung zu messen, ist die sonst übliche Ionisationskammer ungeeignet, da die dabei auftretenden Prozesse zu träge sind, um den Vorgang des Röntgenblitzes, der in Zeiten unter 10^{-6} sec stattfindet, wirklichkeitsgetreu wiederzugeben. Ebenso schlecht eignet sich natürlich eine Registrierung der Helligkeit eines Röntgenleuchtschirmes etwa mit Photozelle, da das Nachleuchten des Schirmes zu lange dauert. Die bisher benutzte Methode ist die Photographie eines schnell bewegten Objektes mit dem Röntgenblitz. Aus der Bewegungsunschärfe läßt sich dann eine Aussage über die Zeitdauer eines Röntgenblitzes machen. STEENBECK ermittelte mit Hilfe von Geschoßaufnahmen eine Blitzdauer von etwa 10^{-6} sec, KINGDON und TANIS bei etwas niedrigeren Drucken einige 10^{-6} sec. SCHAAFFS und TRENDLENBURG [5] finden aus dem Dichteanstieg bei Röntgenblitzaufnahmen von Schallwellen eine effektive Blitzdauer von etwa $5 \cdot 10^{-8}$ sec. Für die Unterschiede der von den einzelnen Autoren gefundenen Werte lassen sich verschiedene Ursachen angeben. Zunächst ist die Dauer des Blitzes abhängig vom Druck im Entladungsrohr. Weiterhin spielt die Filterung der Strahlung eine wesentliche Rolle, da offensichtlich die weicheren Anteile den Vorgang der Röntgenemission stark verlängern. Die wesentlich kürzere Blitzdauer bei SCHAAFFS und TRENDLENBURG dürfte von der dort allein zur Wirkung kommenden harten Komponente der Strahlung herrühren. Da mit den eben erwähnten Methoden Einzelheiten des zeitlichen Verlaufs der Strahlung nicht zu gewinnen sind, wurde bei der folgenden Messung ein Elektronenvervielfacher mit Breitbandverstärker und Oszillograph benutzt. Die Röntgenstrahlung löst dabei in der Photokathode des Vervielfachers ohne Zwischenschaltung eines Leuchtschirmes Elektronen aus. Die obere Grenzfrequenz dieser Apparatur ist durch die Bandbreite des Verstärkers gegeben, sie beträgt etwa 5 MHz. Die mit dieser Methode gewonnene Röntgenblitzdauer ist unter Umständen infolge mangelnder Bandbreite etwas zu lang, während die photographische Methode infolge des dabei auftretenden Kontrasteffektes zu kurze Zeiten liefern kann.

Die Entladung im Röntgenblitzrohr erzeugt auch eine kräftige sichtbare Leuchterscheinung, die ebenfalls vom Vervielfacher registriert werden kann. Weiterhin wurde auch der Lichtverlauf auf einem mit der Röntgenstrahlung angeregten Leuchtschirm aufgenommen. Als Leuchtschirmsubstanz wurde eine Leuchtmasse mit besonders kurzer Nachleuchtdauer benutzt.

Zunächst wurde das Rohr nach Abb. 1g untersucht, das eine außen befindliche Zündelektrode besitzt und dessen Entladungsraum durch ein enges Rohr begrenzt wird. Abb. 7 enthält die Ergebnisse. Man sieht in Abb. 7a zunächst ein Oszillogramm des Lichtverlaufs in der Entladung, wobei die gleichzeitig auftretende Röntgenstrahlung durch Bleiglas abgeschirmt

über den Leuchtschirm eine zeitliche Trennung aufeinanderfolgender Aufnahmen, wie sie zur Röntgenblitzkinematographie nötig wäre, zu erreichen.

Die Kurven der Abb. 7a, b, c sind mit $U_0 = 50$ kV und $C = 500$ cm erhalten worden. Licht- und Röntgenstrahlenemission dauerten annähernd gleich lang. Erhöht man bei gleicher Spannung die Kapazität auf 10000 cm, so erhält man zwar praktisch die gleiche Dauer des Röntgenblitzes (Abb. 7e), aber eine wesentlich längere Lichtemission (Abb. 7d). Die gleichzeitige Aufnahme von Licht- und Röntgenstrahlung ergab keine völlig sichere Zuordnung der beiden Maxima, es scheint jedoch so, daß die Röntgenstrahlung 2 bis $3 \cdot 10^{-7}$ sec vor der Lichtstrahlung ihr Maximum erreicht. Faßt man diese Ergebnisse zusammen, so

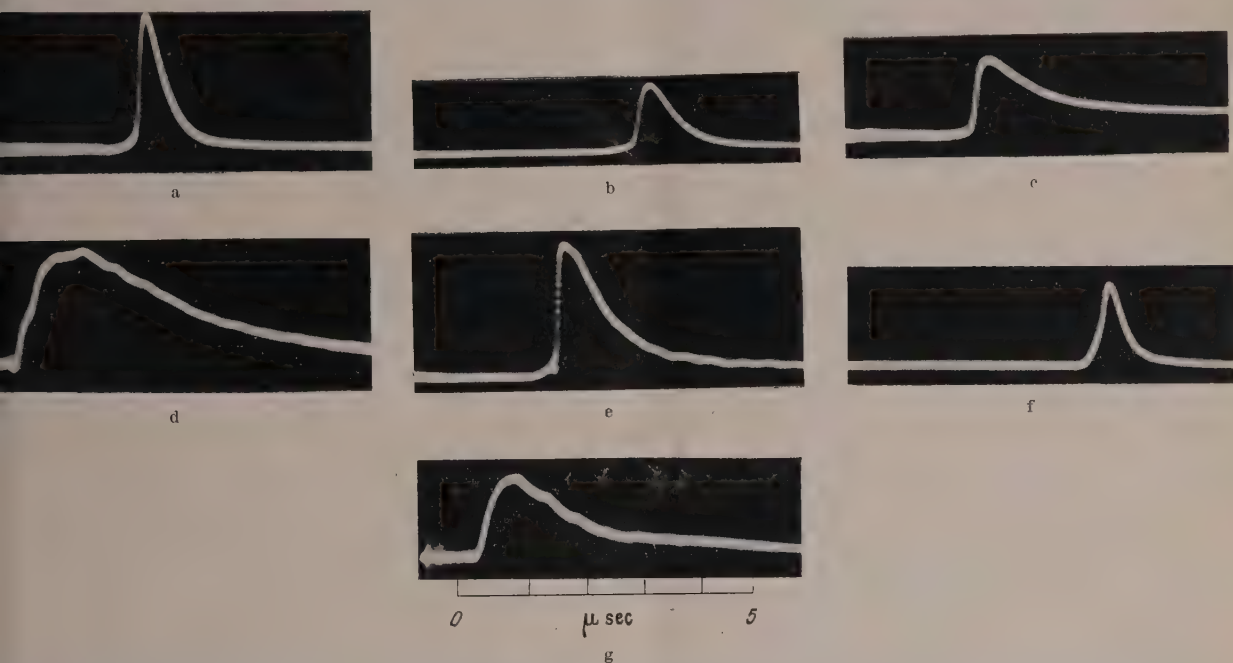


Abb. 7a-g. Zeitlicher Verlauf von Licht- und Röntgenstrahlung bei einer Röntgenblitzentladung. a Lichtstrahlung ($C = 500$ cm); b Röntgenstrahlung ($C = 500$ cm); c Leuchtschirm ($C = 500$ cm); d Lichtstrahlung ($C = 10000$ cm); e Röntgenstrahlung ($C = 10000$ cm); f Röntgenstrahlung ($C = 10000$ cm); g Lichtstrahlung ($C = 10000$ cm).

Abb. 7b gibt den Verlauf der Röntgenstrahlung, wobei das sichtbare Licht durch schwarzes Papier abgeschirmt ist. Der Verlauf ist für Licht- und Röntgenstrahlung weitgehend gleich. Die zeitliche Zuordnung von Licht- und Röntgenstrahlung läßt sich dadurch abschätzen, daß man eine Überlagerung von Licht- und Röntgenstrahlung bei der gleichen Entladung aufnimmt. Zwischen Röntgenrohr und Vervielfacher befindet sich dabei ein schwarzes Papier, das die Röntgenstrahlung ungehindert hindurchtreten läßt. Das Licht wird durch eine Lochblende im Papier in seiner Intensität begrenzt, so daß seine Amplitude etwa so groß wie die der Röntgenstrahlung ist. Aus einer Reihe derartiger Versuche ließ sich abschätzen, daß die Differenz zwischen Licht- und Röntgenstrahlungsmaximum unterhalb $2 \cdot 10^{-7}$ sec liegen muß. Abb. 7c zeigt den Helligkeitsverlauf auf dem Leuchtschirm. Der Anstieg bis zum Maximum erfolgt praktisch mit derselben Schnelligkeit wie beim Röntgenblitz selbst, während der Abfall wesentlich langsamer erfolgt. Trotzdem ist der wesentlichste Teil des Lichtes bereits nach $2 \cdot 10^{-6}$ sec abgeklungen. Es erscheint also nicht aussichtslos, auf dem Umweg

findet man, daß die Halbwertsdauer des Röntgenblitzes in beiden Fällen etwa gleich ist, ($6 \cdot 10^{-7}$ sec und $7,5 \cdot 10^{-7}$ sec), die Halbwertsdauer für Licht bei $C = 500$ cm ist $4,3 \cdot 10^{-7}$ sec, bei $C = 10000$ cm gleich $25 \cdot 10^{-7}$ sec. Vergleicht man dieses Ergebnis mit dem Spannungsozillogramm der Abb. 4a und b, so erkennt man, daß bei $C = 500$ cm das Licht nur während des Spannungszusammenbruches, bei $C = 10000$ cm auch während des folgenden Lichtbogens emittiert wurde. Das Auftreten des Lichtbogens ist natürlich beim Röntgenblitzrohr unerwünscht, da ja im Lichtbogen ein großer Teil der Energie nutzlos verloren geht. Man kann also erwarten, daß nach den besprochenen Versuchen der Wirkungsgrad bei zunehmender Kapazität schlechter wird, was im folgenden noch näher untersucht wird.

Das untersuchte Rohr 1g nimmt zusammen mit 1c eine Sonderstellung ein, da die Entladung in einer Kapillare eingengt wird. Als Vertreter der Typen 1d, e, f wurde das Rohr 1f untersucht. Abb. 7f enthält den Verlauf der Röntgenstrahlung und Abb. 7g den Lichtverlauf. Die Spannung betrug 40 kV, die Kapazität 10000 cm. Es fällt dabei auf, daß beim

Kapillarrohr 1g der Anstieg der Röntgenstrahlung schneller erfolgt als der Abfall, während beim Rohr 1f Anstieg und Abfall etwa gleich schnell sind. Die Ursache könnte eine im Kapillarrohr auftretende Begrenzung der Stromdichte sein, wodurch ein langsamerer Abfall der Spannung bewirkt wird.

Die Intensität des Röntgenbremskontinuums ist gegeben durch:

$$W = \text{const} \cdot Z \cdot I \cdot U_R^2. \quad (14)$$

Z = Ordnungszahl des Anodenmaterials, I = Röhrenstrom, U_R = Röhrenspannung.

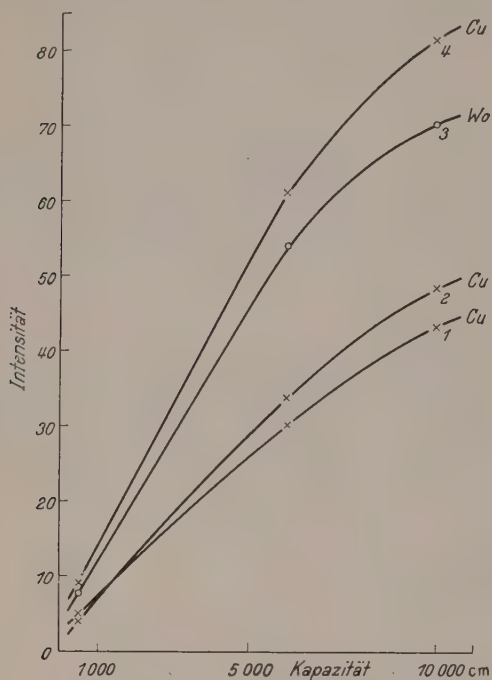


Abb. 8. Abhängigkeit der Röntgenstrahlung von Kapazität, Anodenmaterial und Anodenoberfläche.

Aus den Oszillogrammen des Strom- und Spannungsverlaufes läßt sich also der Verlauf von W berechnen. Da die Stromkurven im allgemeinen eine ganze Reihe von unregelmäßigen Spitzen zeigen (Abb. 4), so ergibt sich entsprechend auch für die so gefundenen Röntgenblitzkurven kein glatter Verlauf, wie er oben bei den direkten Messungen gefunden wurde. Diese unregelmäßigen Stromspitzen tragen also nichts zu der vom Elektronenvervielfacher gefundenen Röntgenstrahlung bei. Wenn trotzdem durch diese Stromspitzen Röntgenstrahlung erzeugt wird, dann entsteht sie nicht auf der Anodenoberfläche, deren Strahlung vom Vervielfacher erfaßt wird. Eine Erklärung gibt vielleicht eine bei den Versuchen häufig beobachtete Erscheinung. Es findet nämlich außer der zwischen Kathode und Anodenoberfläche übergehenden Entladung auch gelegentlich eine Entladung von anderen Teilen des Entladungsraumes zu den Anodenhalterungen statt. Die dabei eventuell entstehende Röntgenstrahlung gelangt aus geometrischen Gründen nicht zur Messung im Vervielfacher, der dadurch bewirkte Strom wird jedoch bei der Messung mit erfaßt.

Die Zeitdauer des mit dem Vervielfacher gemessenen Röntgenblitzes ist etwa 20mal kleiner als die Blitzdauer, die sich aus dem berechneten Strom- und Spannungsverlauf ergibt. Dies liefert eine weitere

Bestätigung des beim Vergleich von gemessener und berechneter Stromkurve gefundenen Ergebnisses. Die Blitzdauer, welche in den Arbeiten von STEENBECK und KINGDON und TANIS angegeben ist, beträgt mehr als das 10fache der hier gefundenen Werte, wenn man auf den gleichen Druck im Entladungsraum reduziert. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß die Entladung umgekehrt proportional dem Druck ist, eine Annahme, die nicht ohne weiteres zulässig ist und noch einer weiteren Prüfung bedarf. Bei der Auswertung der Messung mit Vervielfacher muß man sich darüber klar sein, daß die gemessenen Intensitäten von der Wellenlänge der Röntgenstrahlung abhängen. Exakte Messungen über die spektrale Empfindlichkeit des Vervielfachers im Gebiet der Röntgenstrahlen sind am besten experimentell zu gewinnen.

Abhängigkeit der Röntgenstrahlung von der Kapazität

Mißt man bei gleicher Rohrspannung $U_0 = 50$ kV die Gesamtstrahlung mit der Ionisationskammer in Abhängigkeit von der durch das Rohr entladene Kapazität, so erhält man die Kurven der Abb. 8. Gemessen wurde mit 3 Kapazitäten, 500 cm, 6000 cm und 10000 cm. Kurve 1 und 2 wurden mit Rohr 1f, Kurve 3 und 4 mit Rohr 1e aufgenommen. Geändert wurde außerdem noch Größe und Material der Anodenoberfläche. Bei 1 war die Anode aus Kupfer mit einer Oberfläche von $0,2 \text{ cm}^2$, bei 2 Kupfer mit $1,8 \text{ cm}^2$, bei 3 ein Wolframkegel mit $3,8 \text{ cm}^2$, bei 4 ein Kupferkegel mit ebenfalls $3,8 \text{ cm}^2$. Die Intensität nimmt ersichtlich mit der Größe der Anodenoberfläche zu. Der Unterschied zwischen 3 und 4 rührt wohl daher, daß bei der Kupferanode 4 die charakteristische Strahlung von Kupfer angeregt wird, die bevorzugt in der Ionisationskammer gemessen wird. Bei Wolfram findet die Anregung der charakteristischen Strahlung bei $U_0 = 50$ kV noch nicht statt.

Der von der Theorie geforderte lineare Zusammenhang zwischen Intensität der Röntgenstrahlung und Kapazität [Gl. (11)] gilt nur bis zu etwa $C = 6000$ cm. Diese Abweichung kann, wie schon früher erwähnt, mit dem Auftreten einer Lichtbogenentladung bei größeren Kapazitäten zusammenhängen. Um zu prüfen, ob das Auftreten dieser Abweichung mit einer beginnenden Anodenverdampfung zusammenhängt, wurden die Kurven 1, 2, 3, 4 mit verschiedenen Anodenoberflächen und verschiedenem Material gemessen. Bei 50 kV und $C = 10000$ cm ist die maximal im Rohr umgesetzte Energie $12,5 \text{ Wsec}$. Nach den früher angegebenen Daten ist die bei einer Erhitzung der Anodenoberfläche auf Schmelztemperatur erforderliche Belastung bei Wolfram gleich $6,7 \text{ Wsec/cm}^2$, bei Kupfer gleich $3,5 \text{ Wsec/cm}^2$. Bei der vorgegebenen Energie von $12,5 \text{ Wsec}$ müßte also für Wolfram eine Anodenoberfläche von annähernd $1,9 \text{ cm}^2$ und für Kupfer von $3,6 \text{ cm}^2$ gewählt werden. Während also bei Kurve 3 und 4 noch keine merkliche Verdampfung anzunehmen ist, tritt sie bei 1 und 2 schon beträchtlich auf. Bei den Versuchen zeigte sich dies deutlich in einem kräftigen KupfERNIEDERSCHLAG bei 1 und 2 auf den Wänden des Entladungsgefäßes. Trotz dieser sehr verschiedenen Beanspruchung der Anode ist in allen 4 Fällen etwa bei der gleichen Kapazität eine Abweichung von der Linearität festzustellen. Sie kann also nicht durch die Anodenverdampfung bewirkt worden sein.

Einfluß der Zündung auf die Röntgenstrahlung.

Begrenzt man den in der Zündentladung fließenden Strom etwa beim Rohr 1e durch den Widerstand R_2 , zeigen die Oszillogramme, daß damit eine wesentliche Änderung der Zeit erfolgt, die von Beginn des Impulses bis zum beginnenden Spannungsabfall im Röntgenrohr verfließt. Mit zunehmendem Widerstand wird diese Zeit größer. Mißt man dagegen die Gesamtstrahlung mit der Ionisationskammer bei verschiedenem R_2 , so findet man keine Änderung, wie aus Tabelle 2 zu ersehen ist.

Tabelle 2.

Abhängigkeit der Intensität vom Zündwiderstand R_2 .

R_2 (Ω)	0	10^3	$5 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^4$	10^6
Intensität	26,9	27,3	27,2	27,6	26,9

Man kann dies nur so deuten, daß die Zündentladung zwar die zur Einleitung der Entladung nötigen Elektronen liefert, im übrigen aber nichts zur Hauptentladung beiträgt. Die Frage der Multiplikation dieser Primärelektronen in der Hauptentladung bleibt offen. Die geringe Bedeutung des Zündvorganges für den Röntgenblitz geht noch aus folgendem Versuch hervor. Man kann die Zündung auch auf der Anodenseite bewirken, indem man den Zündstift Z in die durchbohrte Anode einsetzt und dort eine Zündentladung hervorruft. Es ergab sich damit die gleiche Intensität wie im umgekehrten Falle. Außerdem ist auch bei den Rohren 1a und 1g eine eigentliche Zündentladung in Form eines an der Kathode brennenden Bogens nicht vorhanden. Trotzdem ist damit eine sichere Zündung zu erzielen.

Abschließende Betrachtungen über den Entladungsvorgang.

Die ausgeführten Rechnungen und Versuche ergeben folgendes Bild des Entladungsvorganges: Entladezeiten und Spitzenströme, die unter der Annahme eines quasi-neutralen Plasmas berechnet sind, ergeben außerhalb der Meßfehler liegende Abweichungen vom Experiment. Dies führt zur Annahme einer photoionisierenden Strahlung, welche im Gasraum zusätzlich zu den Elektronenstoßprozessen ionisiert. Damit wird der erhöhte Ionisierungsgrad geschaffen, welcher die experimentell gefundenen kurzen Entladezeiten und hohen Spitzenströme, insbesondere bei niederen Drucken erklären kann.

Die durch den Zündimpuls gelieferten Elektronen sind nach den Versuchen nur für die Einleitung der Entladung von Wichtigkeit. Insbesondere wird offensichtlich der hohe Strom im Röntgenblitzrohr nicht von den im Zündfunken erzeugten Elektronen geliefert.

Die Art des Multiplikationsprozesses, welcher zu den im Röntgenblitzrohr beobachteten hohen Spitzenströmen führt, ergibt sich aus den bisherigen Versuchen nicht. Es läßt sich nur erkennen, daß die Geschwindigkeit dieses Prozesses so groß ist, daß dadurch keine Begrenzung des Entladungsaufbaues erfolgt. Diese Begrenzung scheint hauptsächlich durch die Bildungsgeschwindigkeit der positiven Ionen im Gasraum gegeben zu sein.

Zusammenfassung.

Die bis jetzt bekannt gewordenen Konstruktionen von Röntgenblitzrohren wurden kurz besprochen. Eine von STEENBECK gegebene theoretische Betrachtung des Entladungsvorganges wird erweitert und mit den an verschiedenen Röntgenblitzrohren durchgeführten Messungen verglichen. Es wurden Strom- und Spannungsverlauf am Röntgenblitzrohr mit einem Hochspannungsozillographen aufgenommen. Daraus ergibt sich der Verlauf der Röntgenintensität. Diese wurde außerdem noch direkt mit Elektronenvervielfacher und Oszillograph gemessen. Die experimentell gefundene Dauer eines Röntgenblitzes ist etwa eine Größenordnung kleiner, der Spitzenstrom eine Größenordnung höher als die Rechnung ergibt. Daraus läßt sich schließen, daß zu den in der Rechnung ausschließlich betrachteten Elektronenstoßprozessen eine weitere Trägerbildung durch photoionisierende Strahlung angenommen werden muß.

Literatur. [1] KINGDON, K. H., u. H. E. TANIS: Phys. Rev. 53, 128 (1938). — [2] STEENBECK, M.: Wiss. Veröff. Siemens-Werk 17, H. 4 (1938). — [3] SLACK, M., and L. F. EHRKE: J. appl. Physics 12, H. 2 (1941). — [4] ZUCKERMANN, V. A.: C. R. d. Akad. Sci. 40, 267 (1943). — [5] SCHAAFFS, W., u. F. TRENDLENBURG: Z. Naturforsch. 3a, 656 (1948). — [6] CLARK, J. C.: J. appl. Physics 20, 363 (1949). — [7] OOSTERKAMPF, W. J.: Philips techn. Rdsch. 5, H. 1 (1940). — [8] ENGEL, A. v., u. M. STEENBECK: Elektrische Gasentladungen. Berlin 1934. — [9] SCHAAFFS, W.: Z. angew. Phys. 1, 462 (1949). — [10] SLACK, CH. M., and DONALD C. DICKSON: Proc. Inst. Radio Engrs. 35, 600 (1947). — [11] TRUMP, JOHN, G., and R. I. VAN DE GRAAFF: J. appl. Physics 18, 327 (1947).

Dr. EWALD FÜNFER, (17 b) Weil a. Rh., Gartenstr. 2.

Kristallhörer für tragfähige Hörhilfen.

Von WERNER GÜTTNER*.

*(Aus dem Laboratorium der Electroacoustic G.m.b.H., Kiel.)

Mit 14 Textabbildungen.

(Eingegangen am 4. August 1949.)

1. Einleitung.

Die Entwicklung tragfähiger Hörhilfen gab den wesentlichen Anstoß für den Bau eines kleinen Kristallhörers. Schränkt man den Gebrauch einer solchen Hörhilfe auf normale Unterhaltung, Vorträge im Theater, in der Schule und Kirche ein, dann genügt es,

dem weitaus größten Teil der Schwerhörigen eine möglichst 100%ige Satzverständlichkeit zu garantieren, um zu einem wirtschaftlich leistungsfähigen Gerät zu gelangen. Damit ergibt sich aus einer Vielzahl von Messungen ein dafür benötigter Frequenzumfang, der von etwa 200 bis 4000 Hz reicht, wobei es erwünscht ist, die Frequenzen von 750 Hz abwärts abfallen zu lassen. Gleichzeitig soll dem Schwerhörigen die Möglichkeit gegeben sein, seinen im

* Jetzt Elektromedizinisches Laboratorium der Siemens-Reiniger-Werke AG., Erlangen.

Gehörgang getragenen Einsteckhörer bis zu Schall-
drucken von etwa 200 μb (Ohrvolumen von 2 cm^3)
verzerrungsfrei auszunutzen. Um mit möglichst
kleinen Ausgangsleistungen aus Gründen der Betriebs-
zeit der für die Hörhilfe notwendigen Batterien auszu-
kommen, schien es wünschenswert, mit 25 mVA, oder
wenn möglich sogar mit nur 5 mVA auszukommen.

Es soll gezeigt werden, wie sich für diese Forderung
ein Kristallhörer bauen läßt.

2. Grundsätzliches zum Kristallwandler.

Die beiden Wandlergrundgesetze für einen Kristall
lauten allgemein [1], [2]

$$K = \alpha U, \quad (1) \quad J = \alpha \dot{x}, \quad (2)$$

worin K die erzeugte Wechselkraft des Senders [Großdyn],
 U die an der Mechanik des Senders wirksame elektrische
Wechselspannung [V], J der im Empfänger erzeugte elek-
trische Wechselstrom [A], \dot{x} die im Empfänger vorhandene
Geschwindigkeitsamplitude [m/s] bedeutet.

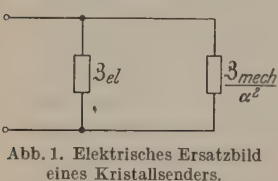


Abb. 1. Elektrisches Ersatzbild
eines Kristallsenders.

Die Größe α enthält die
Eigenschaften des Kristalls,
durch seine piezoelektrische
Konstante e [As/m²] und eine
Kristalldimension [m²/m] ge-
kennzeichnet¹.

Um die Eigenschaften
eines solchen Wandlers von
der Energiequelle aus zu übersehen, wird die elek-
trische Differentialgleichung des Senders aufgestellt.
Sie gibt den Zusammenhang zwischen elektrischer

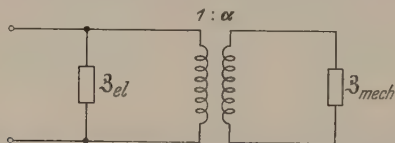


Abb. 2. Elektrisches Ersatzbild eines Kristallsenders. Elektrisches und
mechanisches System sind über einen idealen Übertrager gekoppelt.

Energieaufnahme und der mechanischen Rück-
wirkung. In ihrem Aufbau ist sie durch die Form
des Empfänger-Grundgesetzes festgelegt. Da hier

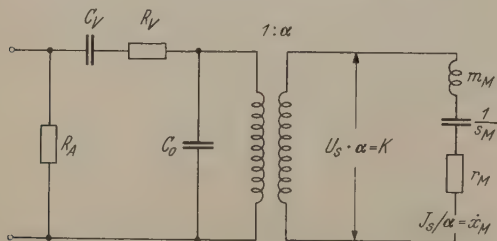


Abb. 3. Elektrisches Ersatzbild eines Kristallsenders unter
Berücksichtigung sämtlicher möglicher Verlustanteile.

der Strom J proportional einer mechanischen Größe
ist, muß die Sender-Differentialgleichung

$$J_s = J_{el} + J_{Rückw} \quad (3)$$

¹ Bei W. VOIGT (Lehrbuch der Kristallphysik) heißen die
allgemein, also auch für Wechselgrößen geltenden Grund-
gleichungen ohne Indizes

$$P = e x, \quad X = e E,$$

worin P die entstehende Polarisation (As/m²) bei einer rela-
tiven Verformung x [m/m], X die mechanische Spannung
[Großdyn/m²], die bei einer angelegten Feldstärke E [V/m]
auftritt, und e [As/m²] die piezoelektrische Konstante bedeuten.

werden. Es wird also

$$J_s = \frac{U_s}{\beta_{el}} + \alpha \dot{x}_s, \quad (4)$$

$$\frac{J_s}{U_s} = \frac{1}{\beta_{tot}} = \frac{1}{\beta_{el}} + \alpha \frac{\dot{x}_s}{U_s}. \quad (5)$$

Der elektrische Scheinwiderstand des Kristalls ist

$$\beta_{el} = \frac{1}{j \omega C_0}, \quad (6)$$

wobei C_0 die Kapazität des festgebremst angenom-
menen Kristalls bedeutet. Zur Umformung des Rück-
wirkungsanteiles geht man von der mechanischen
Differentialgleichung des Senders aus:

$$K = \beta_{mech} \dot{x}_s = \alpha U_s, \quad (7)$$

worin

$$\beta_{mech} = r_M + j \left(\omega m_M - \frac{s_M}{\omega} \right), \quad (8)$$

r_M = mechanischer Reibungswiderstand [kg/sec] des Kristalls,
 m_M = wirksame schwingende Masse [kg], s_M = wirksame
Steife [kg/sec²] ist.

Damit wird die Größe

$$\frac{\dot{x}_s}{U_s} = \frac{\alpha}{\beta_{mech}}, \quad (9)$$

also

$$\frac{1}{\beta_{tot}} = \frac{1}{\beta_{el}} + \frac{\alpha^2}{\beta_{mech}}. \quad (10)$$

Diese Formel charakterisiert die Parallelschaltung von
elektrischem und mechanischem System, so daß man
einen als Sender betriebenen Kristall durch das elek-
trische Ersatzbild der Abb. 1 darstellen kann. Um
bei dieser Darstellung in den mechanischen Größen
nicht überall den Faktor $1/\alpha^2$ mitschleppen zu müssen,
kann man sich zwischen beiden Scheinwiderständen
einen idealen Übertrager² eingefügt denken, dessen
Übersetzungsverhältnis $1:\alpha$ ist (s. Abb. 2).

Es liegt jetzt also an den Sekundärklemmen dieses
Übertragers die Spannung $\alpha \cdot U_s$. Bei der Beurteilung
eines Kristallsenders interessiert im allgemeinen die
von ihm abgegebene Geschwindigkeits- oder Bewe-
gungsamplitude. Hier in diesem elektrischen Schalt-
bild ist die Geschwindigkeitsamplitude dem durch den
Scheinwiderstand β_{mech} fließenden Strom J_e propor-
tional, und zwar ist $\dot{x}_M = J_e/\alpha$.

Da nun der Kristall elektrische Verluste hat, so
kommt am mechanischen Schwinger nur eine um
 U_{RV} verminderte Spannung zur Wirkung. Das elek-
trische Ersatzbild ist also zweckmäßig durch den Ver-
lustwiderstand R_V zu ergänzen, der vor der Parallel-
schaltung des mechanischen und elektrischen Systems
einzusetzen ist (Abb. 3). Liegen weiterhin die Elek-
troden nicht unmittelbar auf dem Kristall auf, so
entsteht hier ein weiterer Spannungsabfall U_{CV} . Dem
Ersatzbild ist also ein in Reihe mit dem Verlustwider-
stand R_V liegender Kondensator C_V hinzuzufügen.
Und schließlich hat jeder Kristall Ableitungsverluste,
die den von der Energiequelle aus betrachteten
Senderstrom heraufsetzen. Dieser Ableitungswider-
stand R_A liegt unmittelbar parallel zu den Eingangs-
klemmen. Die verbleibende Spannung U_s ist also jetzt,
wenn man von der Klemmenspannung U_{kl} ausgeht

$$U_s = U_{kl} - U_{CV} - U_{RV}. \quad (11)$$

² Über die didaktischen Vorteile der Einführung eines
idealen Übertragers läßt sich streiten, da er nur beim piezo-
elektrischen und elektromagnetischen Wandler möglich ist.
Ich habe mich hier der Darstellung von MASON [3] angepaßt.

ese Verluste sind nun möglichst auszuschalten: der leitungswiderstand R_A geht durch sorgfältige Trocknung des Kristalls so hoch zu legen, daß er für den interessierenden Frequenzbereich keine Bedeutung hat. Ebenso kann man die Verlustspannung U_{CV} durch einwandfreies Aufbringen der Elektroden vermeiden. Nur die durch Hystereserscheinung im Kristall auftretenden Verluste U_{RV} sind naturgegeben. Der Phasenwinkel ist durch

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{3_{\text{tot}}}{R_V} \quad (12)$$

geben. Unterhalb der Eigenabstimmung des Kristalls ist so

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\omega \left(C_0 + \frac{\alpha^2}{s_M} \right) R_V} \quad (13)$$

da im geforderten Frequenzbereich der Phasenwinkel konstant ist, muß $R_V \sim 1/\omega$ sein, hat also denselben Frequenzgang wie eine Kapazität (vgl. zu Abb. 13). Die am mechanischen System liegende Wechselspannung

$$U_s = U_{kl} - U_{RV} \quad (14)$$

also frequenzunabhängig.

Der in dem Ohrkanal vom Volumen $V_0 (= 2 \text{ cm}^3)$ erzeugte Schalldruck p ist durch

$$p = a^2 \rho \Delta V / V_0 \quad (15)$$

gegeben, worin a die Schallgeschwindigkeit der Luft und die Dichte der Luft und

$$\Delta V = x \cdot \delta \cdot F \quad (16)$$

mit $\delta \cdot F$ der wirksam schwingenden Kristallfläche deutet.

Die am mechanischen System liegende Spannung αU_s hat also einen Frequenzgang der Bewegungsamplitude x_s und damit einen im Ohr auftretenden Schalldruck zur Folge, der

unterhalb der Eigenfrequenz des Kristalls konstant ist, da hier

$$K = x_s s_M = \alpha U_s,$$

so

$$x_{s(\omega < \omega_0)} = \alpha U_s / s_M \quad (17)$$

it, oberhalb der Eigenfrequenz eine mit ω^2 fallende Amplitude hat, da

$$K = \omega^2 m_M x_s = \alpha U_s,$$

so

$$x_{s(\omega > \omega_0)} = \frac{\alpha}{\omega^2 m_M} U_s \quad (18)$$

ad in der Eigenfrequenz ω_0 ist ihre Größe nach Einwirkung der Dämpfung

$$d_M = \omega_0 r_M / s_M$$

n den Faktor $1/d_M$ gegenüber der unterhalb der Abstimmung auftretenden Bewegungsamplitude erhöht, denn dafür gilt

$$K = \omega_0 r_M x_s = d_M s_M x_s = \alpha U_s,$$

so

$$x_{s(\omega = \omega_0)} = \frac{\alpha}{s_M d_M} U_s. \quad (19)$$

Für einen vorgegebenen Frequenzbereich ist es zweckmäßig, die Eigenfrequenz des Kristalls in den Übertragungsbereich mit hineinzulegen, aber ihre Überhöhung durch akustische Maßnahmen wegzubringen.

3. Ankopplung eines HELMHOLTZ-Resonators an eine Kristalldoppelplatte.

Die Erzeugung eines frequenzkonstanten Übertragungsmaßes¹, das abgesehen von klanggetreuer Wiedergabe besonders wesentlich für die Vermeidung eines merklichen Klirrfaktors nötig ist, wird bei Hörern in bekannter Weise [4], [5], [6], [7] dadurch erreicht, daß man an eine schwingende Platte oder Membran von der Masse m_M , Streife s_M und dem Reibungswiderstand r_M einen stark gedämpften HELMHOLTZ-Resonator (HR) ankoppelt. Das Volumen dieses HR wirkt als Steife s_L , seine Öffnung, die durch einen engen Luftkanal hergestellt ist, hat den Charakter einer Masse m_L und infolge Wandreibung der in

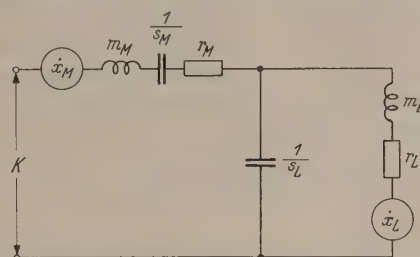


Abb. 4. Elektrisches Ersatzbild einer mit einem HELMHOLTZ-Resonator (m_L, s_L, r_L) gekoppelten Kristallplatte (m_M, s_M, r_M).

ihr schwingenden Luftteilchen den eines Reibungswiderstandes r_L . Die Kopplung der beiden Schwingungsgebilde erfolgt dadurch, daß die Steife s_L des HR an der Membranmasse m_M angreift.

Duale Betrachtungen im Sinne FELDKELLERS zwischen mechanischen und elektrischen Schwingungsgebilden führen auf ein erweitertes elektrisches Schaltbild [7], das jetzt im ursprünglich entwickelten elektrischen Ersatzbild des schwingenden Kristalls an die Stelle des mechanischen Systems zu treten hat. In Abb. 4 ist dieses erweiterte Schaltbild des neuen mechanischen Systems gezeichnet. An die in Reihe liegenden Größen $m_M, 1/s_M$ und r_M des Kristalls schließt sich eine Parallelschaltung von $1/s_L$ und der in Serie liegenden Glieder r_L, m_L an. Jetzt greift die erregende Kraft K_s an dieser Gesamtschaltung an.

Für die Schallabgabe von diesem Koppelgebilde sind nun 2 Fälle möglich: Entweder kann die Platte selbst den Schall abstrahlen, dann ist der HR hinter der Platte angeordnet, oder der Schall wird von der Öffnung des HR abgegeben, dann befindet sich der HR vor der Platte. Im ersten Fall interessiert also die Geschwindigkeitsamplitude \dot{x}_M der Platte, die dem Strom durch das elektrische Schaltbild des mechanischen Koppelgebildes entspricht, im anderen Fall will man die Geschwindigkeitsamplitude \dot{x}_L der Öffnung des HR ermitteln, die dem Teilstrom durch die beiden Glieder m_L und r_L analog ist. Aus den Geschwindigkeitsamplituden berechnen sich die Bewegungsamplituden

$$x = -j \frac{\dot{x}}{\omega}, \quad (20)$$

¹ Übertragungsmaß bei Hörern = erzeugter Schalldruck dividiert durch angelegte Spannung (zweckmäßig auf ein Einheitsvolumen bezogen). Hier: $\mu\text{b} \cdot 2 \text{ cm}^3/\text{V}$.

die dem Schalldruck in dem Arbeitsvolumen proportional sind.

Mit den Abkürzungen

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{Z}_1 &= r_M + j \left(\omega m_M - \frac{s_M}{\omega} \right), & \mathfrak{Z}_2 &= -j \frac{s_L}{\omega}, \\ \mathfrak{Z}_3 &= r_L + j \omega m_L, & \mathfrak{Z}_{\text{ges}} &= \mathfrak{Z}_1 + \frac{\mathfrak{Z}_2 \mathfrak{Z}_3}{\mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{Z}_3} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

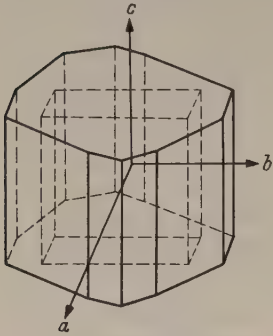


Abb. 5. Seignettesalzhabitus mit 0° X-Schnitt.

ergeben sich diese beiden Geschwindigkeitsamplituden \dot{x}_M und \dot{x}_L zu

$$\dot{x}_M = \frac{K}{\mathfrak{Z}_{\text{ges}}}, \quad (22)$$

$$\dot{x}_L = \frac{K}{\mathfrak{Z}_{\text{ges}} (1 + \mathfrak{Z}_3 / \mathfrak{Z}_2)}. \quad (23)$$

Um etwas übersichtliche Beziehungen zu erlangen, benutzt man zweckmäßig als Parameter nicht alle Einzelgrößen der Membran und des HR, sondern die folgenden Abkürzungen für die ungekoppelten, in Reihenschaltung angenommenen Schwingungsgebilde: Eigenfrequenz

$$\omega_M^2 m_M = s_M, \quad \omega_L^2 m_L = s_L \quad (24)$$

und Dämpfung

$$\left. \begin{aligned} d_M &= r_M \omega_M / s_M = r_M / \omega_M m_M, \\ d_L &= r_L \omega_L / s_L = r_L / \omega_L m_L. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

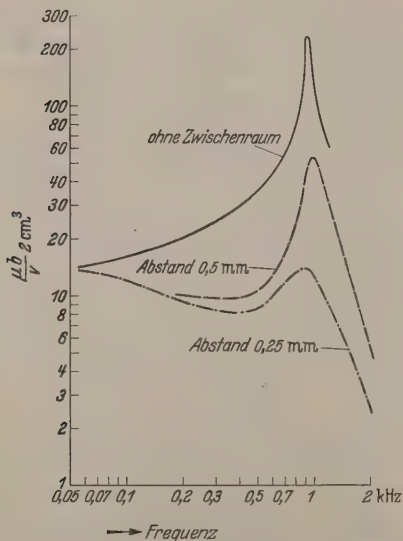


Abb. 6. Einfluß eines Luftpolsters auf das Übertragungsmaß einer Seignettesalzdoppelplatte (30 × 30 × 0,5 mm, 0° X-Schnitt, 3-Punktlagerung).

Wie in [7] ausführlich behandelt, erhält man für beide Amplituden x_M und x_L ein praktisches frequenzkonstantes Übertragungsmaß, wenn man folgende Bedingungen einhalten kann.

$$\left. \begin{aligned} s_L &= s_M, & \omega_L / \omega_M &= 1,3 \text{ bis } 1,4, \\ d_M &= 0,1, & d_L &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Der größte Wandlereffekt für Sendezwecke unterhalb der Eigenfrequenz eines Kristalls ist bei Seignettesalz vorhanden [8]. Wir wollen unsere Betrachtungen auf diesen Piezokristall beschränken, obgleich sie für alle Kristalle gelten, bei denen ein gleicher Schereffekt vorhanden ist.

Aus einem Rohkristall (Abb. 5) werden Platten mit den Kanten parallel zu a , b und c herausgeschnitten. Auf die Flächen senkrecht zu a wird im Hochvakuum Silber aufgedampft (0° X-Schnitt), um dicht aufliegende Elektroden zu erhalten.

Werden 2 Platten gleicher Orientierung aufeinandergeklebt und an 3 Eckpunkten unterstützt, so führt die 4. Ecke maximale Bewegungen in Richtung infolge der in beiden Platten gegenphasig erregten Scherkräfte aus. Setzt man eine solche Platte in ein zylindrisches Gehäuse ein und deckt die obere Elektrodenfläche mit einer Papierfolie ab, so erhält man einen Strahler nullter Ordnung.

Koppelt man an eine solche Platte einen geschlossenen Luftraum an, so ist dessen Steife s_L durch

$$s_L = a^2 \varrho (\delta F_M)^2 / V_0 = a^2 \varrho \cdot \delta^2 F_M / h \quad (27)$$

gegeben, worin δ der Anteil der als Kolben schwingenden Fläche F_M der Kristallplatte, h die Höhe des angekoppelten Luftraumes vom Volumen V_0 ist.

Um den bisher unbekannten Flächenfaktor δ zu bestimmen, wird zunächst die Kristalldoppelplatte mit ihrer Eigenabstimmung ω_1 ohne angekoppeltes Luftpolster bestimmt, die durch (24)

$$\omega_1^2 m_M = s_M$$

gegeben ist, dann durch ein kleines Luftpolster abgeschlossen, dessen Steife s_L sich zu der der Kristallplatte addiert, so daß eine höhere Eigenfrequenz ω_2 mit

$$\omega_2^2 m_M = s_M + s_L \quad (28)$$

zustande kommt.

Aus beiden Frequenzen und der bekannten Kristallsteife s_M erhält man für

$$s_L = \left(\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 - 1 \right) s_M. \quad (29)$$

Als Mittelwert aus einer Reihe von verschiedenen großen Platten erhält man

$$\delta = 0,12. \quad (30)$$

Um eine gewünschte Luftpolstersteife s_L bei einer gegebenen Plattengröße F_M [s. Gl. (27)] zu erhalten hat man die Höhe des Luftpolsters h solange zu verändern, bis die Teilbedingung (26) $s_L = s_M$ erfüllt ist. Es zeigt sich, daß lange vor Erreichung dieser Forderung das Luftpolster nicht mehr als Steife, sondern bereits infolge eines zu klein werdenden Abstandes h als Dämpfungswiderstand zu wirken beginnt (s. Abb. 6).

Die Grenze, bei der man noch mit einer definierten ungedämpften Steife rechnen kann, liegt bei etwa

$$s_L / s_M = 0,25. \quad (31)$$

Man kann also die in (26) angegebenen Koppelbedingungen nicht benutzen.

Es mußte deshalb zunächst geklärt werden, wie die anderen Größen ω_L / ω_M und d_L, d_M aussehens müssen, um ein genügend konstantes Übertragungsmaß für den ganzen Frequenzbereich zu erhalten. Dazu berechnet man zunächst die zu den einzelnen Frequenzen ω / ω_M gehörenden Werte des mechanischen Scheinwiderstandes $\mathfrak{Z}_{\text{ges}}$ und $\mathfrak{Z}_{\text{ges}} (1 + \mathfrak{Z}_3 / \mathfrak{Z}_2)$ [vgl. Gl. (22) und (23)], die in der komplexen Ebene aufgetragen, Ortskurven für diese beiden Größen ergeben. Die Absolutlängen der jeweiligen Vektoren sind den

eschwindigkeitsamplituden \dot{x}_M und \dot{x}_L umgekehrt proportional, aus ihnen lassen sich dann nach (20) die Bewegungsamplituden ermitteln.

Es zeigt sich, daß sich bei dem hier benutzbaren Wert von $s_L/s_M = 0,25$ eine einigermaßen brauchbare

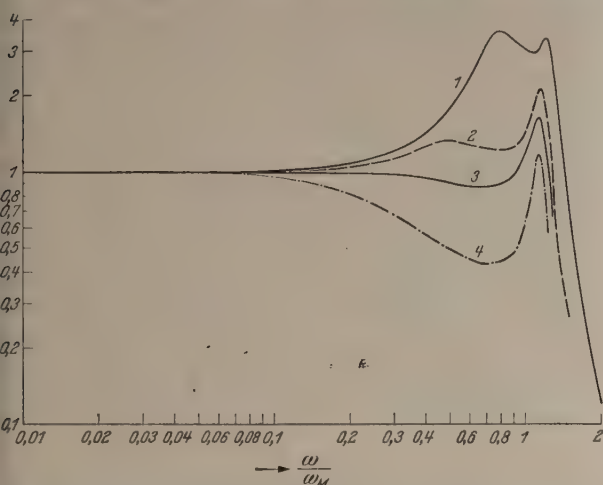


Abb. 7. Übertragungsmaß einer mit einem HELMHOLTZ-Resonator gekoppelten Membran (Schallabgabe vom HR), für $s_L/s_M = 0,25$, $d_M = 0,1$. Kurve 1: $\omega_L/\omega_M = 1$, $d_L = 0,5$; Kurve 2: $\omega_L/\omega_M = 0,7$, $d_L = 1$; Kurve 3: $\omega_L/\omega_M = 0,7$, $d_L = 1,5$; Kurve 4: $\omega_L/\omega_M = 0,5$, $d_L = 2$.

Amplitudenkonstanz nur mit einem Koppelgebilde erreichen läßt, bei dem der Schall vom HR abgegeben wird.

In Abb. 7 sind eine Reihe von Kurven des Übertragungsmaßes gezeichnet, die sich aus den Ortskurven

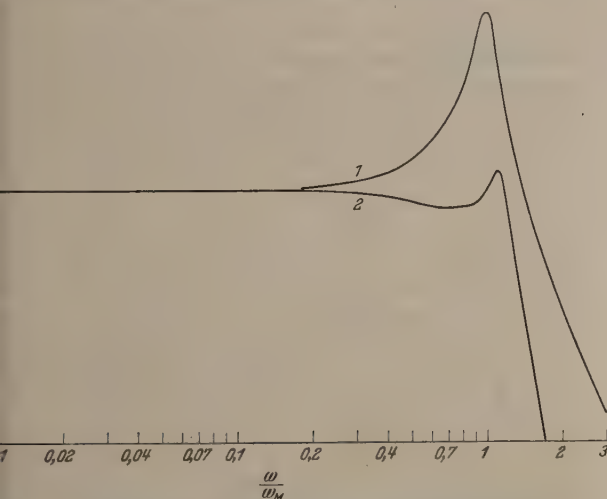


Abb. 8. Übertragungsmaß. Kurve 1: einfaches Schwingungsgebilde z. B. Membran mit $\omega/\omega_M = 1$, $d_M = 0,2$; Kurve 2: mit HR gekoppelte Membran (Schallabgabe vom HR) mit $s_L/s_M = 0,25$, $d_M = 0,2$; $\omega_L/\omega_M = 0,7$, $d_L = 1,5$.

er dazu gehörenden mechanischen Scheinwiderstandsgrößen ergeben. Mit den angegebenen Parametern ω_L/ω_M und d_L erkennt man die Tendenz, nach der sich die Kurven verändern.

Die günstigste Form eines weitgehend frequenzkonstanten Übertragungsmaßes im Hinblick auf praktisch einstellbare Werte ist mit den folgenden Werten zu erreichen:

$$s_L/s_M = 0,25, \quad \omega_L/\omega_M = 0,7, \quad d_M = 0,2, \quad d_L = 1,5. \quad (32)$$

Das Ergebnis ist in Abb. 8 Kurve 2 wiedergegeben. Die für die Berechnung der Bewegungsamplitude

benötigten Werte der mechanischen Scheinwiderstandsgrößen sind in der Ortskurve der Abb. 9 aufgezeichnet. Als Vergleich ist das Übertragungsmaß eines einwelligen Schwingungsgebildes mit den gleichen Werten von Membranabstimmung und Dämpfung in Abb. 8 Kurve 1 dazu gezeichnet.

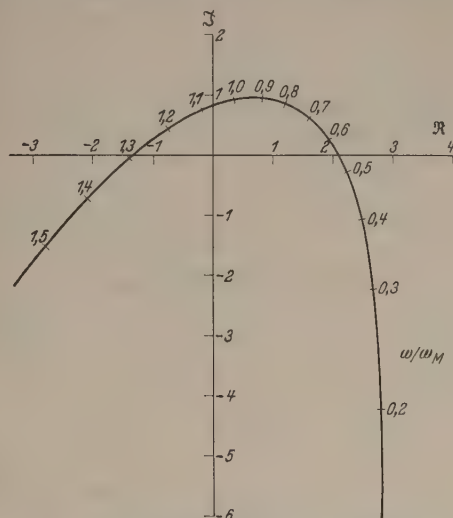


Abb. 9. Ortskurve mit HR gekoppelte Membran (Schallabgabe vom HR) mit $s_L/s_M = 0,25$; $\omega_L/\omega_M = 0,7$; $d_L = 1,5$; $d_M = 0,2$.

4. Ergebnisse.

Die Konstruktion einer solchen Anordnung ist in Abb. 10 wiedergegeben, die wesentlichen Einzelheiten sind in der Zeichnung angedeutet.

Um die Wiedergabekurve (Abb. 8 Kurve 2) praktisch zu erreichen, wurde eine Seignettesalz-Doppelplatte (Abmessung $15 \times 15 \times 0,6 \text{ mm}$) benutzt. Für

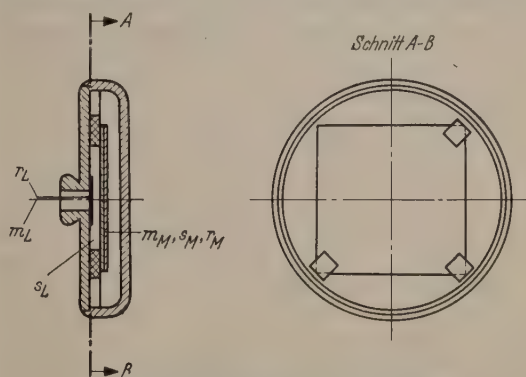


Abb. 10. Schematischer Aufbau eines Kristallhörers. HR mit Kristalldoppelplatte gekoppelt, Schallabgabe vom HR.

die Einhaltung der eben hergeleiteten Optimalbedingungen benötigt man die Größen: schwingende Masse m_M der Kristallplatte, Steife s_M und Reibungswiderstand r_M bzw. Dämpfung d_M .

Sie werden auf folgende Weise bestimmt:

Die Eigenfrequenz (f_1) der an 3 Punkten gestützten Doppelplatte lag bei 3,33 kHz. Durch Hinzufügen einer kleinen Zusatzmasse m_z an der freien 4. Ecke der Platte wird die Eigenfrequenz (f_2) herabgesetzt.

Es gilt

$$\omega_1^2 m_M = s_M, \quad \omega_2^2 (m_M + m_z) = s_M.$$

Daraus ergibt sich

$$m_M = \frac{m_z}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1}.$$

Die auf diese Weise bestimmte Masse ist hier $m_M = 2,28 \cdot 10^{-5}$ [kg] und die Kristallsteife ist $s_M = 1,00 \cdot 10^4$ [kg/sec²].

Aus der Resonanzüberhöhung der schwingenden Doppelplatte (vgl. Abb. 6) ergibt sich die Dämpfung

$$d_M = \Delta f / f_0,$$

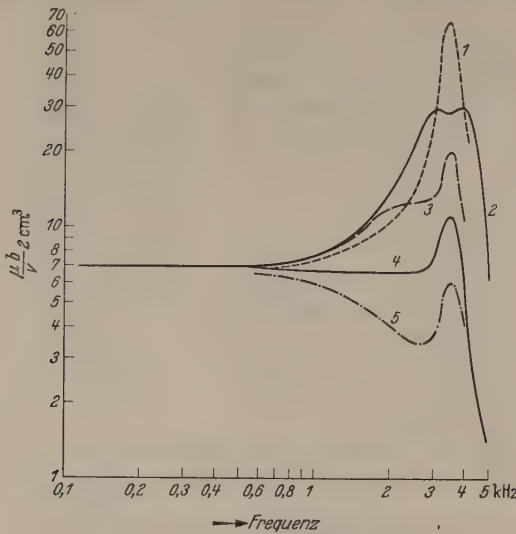


Abb. 11. Kristallhörer.

Kurve 1: Seignettesalzdoppelplatte $15 \times 15 \times 0,3$ mm, 3-Punktlagerung, $0^\circ X$ -Schnitt. Weitere Kurven: Platte mit HR gekoppelt, Schallabgabe vom HR. $s_L/s_M = 0,25$ $d = 1,5$, Halsdurchmesser des HR: Kurve 2: 3 mm; Kurve 3: 2 mm; Kurve 4: 1,5 mm; Kurve 5: 1 mm.

wobei $\Delta f = f_1 - f_2$ ist. f_1 und f_2 sind die Frequenzen, bei denen die Maximalamplitude des Schalldruckes auf den 0,7fachen Wert abgefallen ist.

Sie wurde hier zu $d_M = 0,15$ bestimmt.

Die für das Verhältnis $s_L/s_M = 0,25$ notwendige Luftpolstersteife des vor der Membran angekoppelten HR ergibt sich somit zu $s_L = 2,5_0 \cdot 10^3$ [kg/sec²].

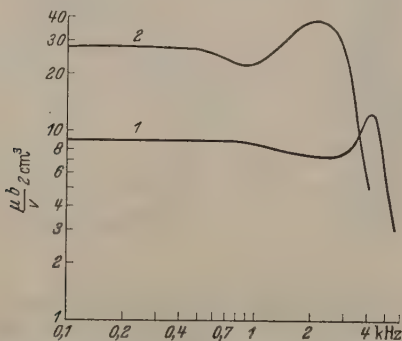


Abb. 12. Kristallhörer. Seignettesalzdoppelplatte, 3-Punktlagerung $0^\circ X$ -Schnitt. 1. $15 \times 15 \times 0,3$ mm; 2. $19 \times 19 \times 0,3$ mm. Beide Hörer sind bis etwa 40 V aussteuerbar.

Mit (27) erhält man für die vorgegebene Kristalloberfläche die Höhe h des Luftpolsters. Hier war

$$F_K = 3,8_0 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}, \quad h = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ [m]}.$$

Damit wird

$$s_L = 2,5_4 \cdot 10^3 \text{ [kg/sec}^2\text{]}.$$

Zur Veranschaulichung der Wirkung von Abstimmung und Dämpfung wurde der vor der Membran befindliche HR durch verschiedene Halsdurchmesser, die die Masse m_L des Luftresonators darstellen und durch Vorlagen aus Seidenstoff, die für den Widerstand r_L verantwortlich sind, so verändert, daß etwa

die gleichen Verhältnisse vorhanden sind, wie die rechnerisch ermittelten Kurven der Abb. 7. Das Ergebnis ist in Abb. 11 wiedergegeben. Das optimale geradlinige Übertragungsmaß ist durch Kurve 4 in Abb. 11 erreicht.

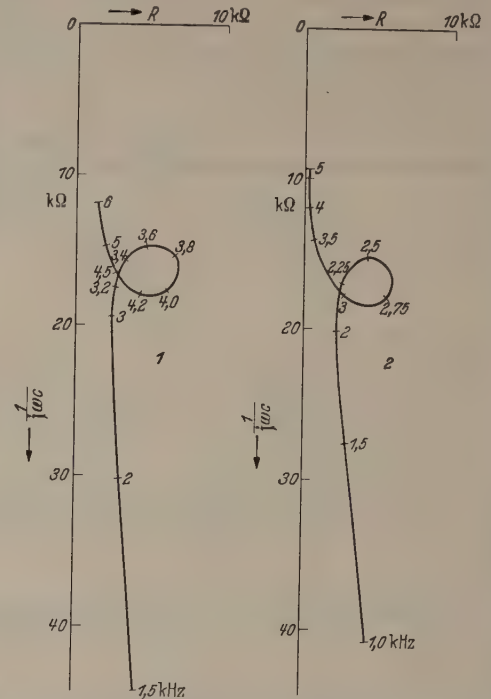


Abb. 13. Scheinwiderstandsverlauf von Kristallhörern (wie Abb. 12) (aus Brückenmessung). Meßtemperatur 14°C .

In Abb. 12 sind dann zwei weitere Kurven von Kristallhörern wiedergegeben, bei denen etwas andere Abmessungen benutzt wurden. Die Kurve 1 entspricht hier noch besser dem rechnerisch ermittelten

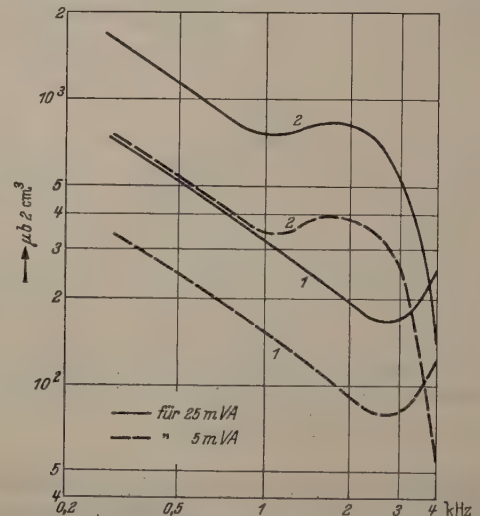


Abb. 14. Im Kristallhörer auftretender Schalldruck bei gegebener Ausgangsscheinleistung (Hörer wie in Abb. 12).

Verlauf der Kurve 3 Abb. 7. Der Hörer 2 hatte eine größere Kristallplatte und konnte durch eine etwa noch günstigere Dimensionierung der Dämpfung der Kristallplatte und des HR auf die angegebene Form gebracht werden.

Der Typ 1 (Abb. 12 Kurve 1) erfüllt die an einen Kristallhörer gestellte Forderung in bezug auf den Frequenzumfang sehr gut, während der 2. (Abb. 12

urve 2) eine etwas zu niedrige obere Frequenzgrenze. Seine Empfindlichkeit ist aber noch merklich gegenüber der des Hörers 1 angehoben. Während sich 1. Hörer bei genügender Leistungsreserve bis zu $360 \mu\text{b}$ bei einem Ohrvolumen von 2 cm^3 ver-rungsfrei aussteuern ließe, würde beim 2. die enze erst bei $1200 \mu\text{b}$ überschritten werden. Um n ein Bild von den tatsächlich erreichbaren Grenzen machen, die durch die Leistungsabgabe des letzten estärkerrohres der Hörhilfe gegeben ist, sind in b. 13 die Ortskurven der Scheinwiderstände, die in er Wechselstrombrücke durch die Messung der rk- und Blindkomponente gewonnen wurden, wieder-eben. Der fallende Charakter des Scheinwiderstand-olutbetrages läßt erkennen, daß die kritische enze für die Leistungsaufnahme bei den hohen equenzen liegt. Berechnet man bei vorgegebener einleistung von 25 mVA den maximal erzielbaren alldruck, so erhält man die in Abb. 14 ausgezogenen, rven; die Hörer erfüllen also diese Bedingung. Der rer 2 benötigt sogar eine Leistung von nur etwa 5 mVA .

Zusammenfassung.

Das elektrische Ersatzbild einer mit einem HELM-LTZ-Resonator gekoppelten Kristalldoppelplatte aus gnettesalz wird entwickelt. Aus dem Ersatzbild

der mechanischen Glieder läßt sich aus einer einfachen Gesetzmäßigkeit die Berechnung des von einem Kri-stallhörer erzeugten Schalldruckes durchführen. Es zeigt sich, daß für eine solche Platte ein relativ enger Bereich für Kopplung, Abstimmung und Dämpfung der beiden gekoppelten Gebilde — Kristallplatte und HELMHOLTZ-Resonator — besteht, in dem das Über-tragungsmaß des Hörers optimal gradlinig wird. Rechnungen und Messungen werden verglichen. Die Frequenzkurve von 2 Hörern wird gezeigt, die den Forderungen eines Frequenzumfanges von 200 bis 4000 Hz , einer maximalen Aussteuerbarkeit bis $200 \mu\text{b}$ bei einem Ohrvolumen von 2 cm^3 und einer dafür notwendigen Ausgangsscheinleistung von 25 mVA , für einen sogar von nur 5 mVA für die Benutzung an einer Hörhilfe genügen.

Literatur. [1] FISCHER, F. A.: Grundzüge der Elektro-akustik. Berlin: Schiele u. Schön. (Im Druck.) — [2] HECHT, H.: Elektroakustische Wandler, 2. Aufl. in Vorbereitung. Leipzig: Johann Ambrosius Barth. — [3] MASON, W. P.: Phys. Rev. **55**, 776 (1939). — [4] WENTE, B. C., and L. A. THURAS: J. acoust. Soc. Amer. **3**, 44 (1931). — [5] WOLFERT, F. S.: Bell Labor. Rec. **15**, 353 (1937). — [6] JONES, W. C.: Bell Syst. techn. J. **17**, 338 (1938). — [7] GÜTTNER, W.: Akust. Z. (in Vorbereitung). — [8] JAFFE, H.: Electronics, N. Y. **21**, 128 (1948).

Dr. WERNER GÜTTNER, (13a) Erlangen,
in Firma Siemens-Reiniger-Werke.

Verfahren zur Messung kleiner Gleichspannungen.

VON HANS HEINRICH RUST und HELMUT ENDESFELDER, Hamburg.

Mit 3 Textabbildungen.

(Eingegangen am 5. September 1948.)

Für die Wahl des Verfahrens zur Messung kleiner Gleichspannungen ist von entscheidender Bedeutung die Frage, ob es sich um über längere Zeiten konstante Spannungen handelt oder um zeitveränderliche. Im letzteren Fall kann man das Elektrometer, mit dem bis zu 10^{-4} V nachweisbar ist, benutzen oder für kleinere Spannungen das Galvanometer, dessen Grenze infolge der Schwankungseffekte, die durch die Diskontinuität der sich nach statistischen Gesetzen bewegenden Elektronen im Innern des Leiters [1] sowohl auch der Moleküle des das Meßwerk umgebenden Mediums [2] bei einer Spannung von etwa 10^{-7} V liegt. Mit Hilfe von Verstärkungseinrichtungen kann auch eine Steigerung der Spannungsempfindlichkeit erreicht werden. So gelingt es, mit dem von MOLL und BURGER [3] angegebenen Thermorelais weniger als 10^{-8} V zu messen. Ähnliche Empfindlichkeiten erreicht man mit der Methode der Kapazitätsvervielfachung (VOLTA-Effekt), die, genau genommen, auch eine Spannungsverstärkung darstellt; sowie durch Laden eines bekannten Kondensators und anschließender ballistischer Ladungsmessung, aus der die Spannung folgt.

Die genannten Verfahren erfordern einige Sekundenzeit; ihre Anwendung setzt Konstanz der zu messenden Spannung, mindestens für die Dauer der Meßzeit, voraus. Zur Erfassung kleinster Spannungen, die sich dauernd ändern, muß zu anderen Methoden gegriffen werden. Mittels der Gleichstrom-Röhrenverstärkung [4] können nur Spannungen bis zu etwa 10^{-4} V gemessen werden. SELL [5] hat einen thermischen Verstärker hoher Empfindlichkeit entwickelt,

bei dem die Drehspule eines hochempfindlichen Drehspulmeßwerkes ein Druckluftventil betätigt und die gesteuerten Luftströme bolometrisch in elektrische Ströme umgewandelt werden¹.

Durch Umformen der zu messenden Gleichspannung in Wechselspannung gelingt es, erheblich kleinere Spannungen nachzuweisen. So hat ZEISS [6] ein Verfahren durchgebildet, bei dem die zu messende Gleichspannung durch rotierende Unterbrecher zerhackt und ihre Größe mittels Nullmethode durch Tonminimum ermittelt wird.

Von besonderem Vorteil sind jedoch Anordnungen, bei denen eine Umformung der Gleichspannung in Wechselspannung vorgenommen wird, mit darauf folgender Röhrenverstärkung. Hierdurch fallen die vielen Nachteile des Gleichstromverstärkers fort. Während bei der Gleichstromverstärkung sowohl die infolge der ungeordneten Elektronenbewegung hervorgerufenen Mikroschwankungen, wie auch die trotz stabilisierter Stromquelle in gewisser Größe noch vorhandenen Makroschwankungen der Betriebsspannungen des Verstärkers mitverstärkt werden und untragbare Verfälschungen des Meßresultats herbeiführen, sind diese Schwankungen beim Wechselstromverstärker von untergeordneter Bedeutung; sie verschieben nur die Arbeitspunkte auf den Kennlinien der Röhren.

LÄMMCHEN [7] hat einen Verstärker beschrieben, mit dem im Gegentaktbetrieb mit Wechsel-Anoden-

¹ Einstellzeit etwa 1 sec, was immerhin gegenüber den zuerst genannten Meßverfahren als kurz anzusprechen ist; deshalb die SELLSche Methode an dieser Stelle erwähnt.

spannung derart gearbeitet wird, daß nach Abgleich beider Röhren auf gleiche Kennlinien und gleiche Arbeitspunkte an der Sekundärwicklung eines Gegen-takt-Ausgangstransformators keine Wechselspannung mehr vorhanden ist. Wird durch Anlegen der zu messenden Gleichspannung an eines der beiden Gitter die Symmetrie gestört, indem sich der betreffende

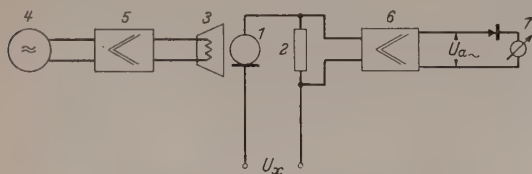


Abb. 1. Anordnung der Einrichtung zur Wandlung kleiner Gleichspannungen in Wechselspannungen.

Arbeitspunkt auf der Kennlinie verlagert, so ist die Wechselstromkompensation am Verstärkerausgang aufgehoben. Mittels bekannter Gleichspannung am Verstärkereingang wird auf stromlosen Ausgang kompensiert und damit die zu messende Spannung ermittelt. KERKHOF [8] hat eine ähnliche Einrichtung

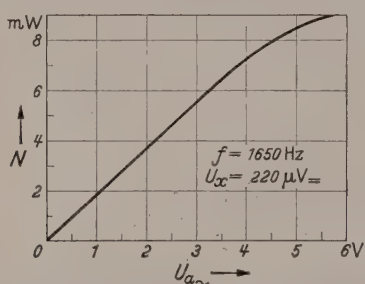


Abb. 2. Verstärker-Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Schalleistung bei konstanter Frequenz und Gleichspannung.

unter Verwendung von Hochfrequenz und mit Beeinflussung beider Steuergitter beschrieben. Diese Verfahren sind jedoch auf einen Gleichstromverstärkereingang mit allen dessen Nachteilen, der Verwendung

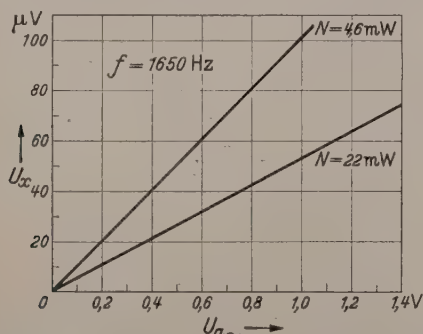


Abb. 3. Verstärker-Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der zu messenden Gleichspannung bei konstanter Frequenz und unterschiedlichen Schalleistungen.

einer Röhre mit hochisolierter Gitterdurchführung und der Anwendung niedriger Anodenspannung zwecks Vermeidung der Ionisation der Restgase angewiesen.

Die vorliegende Arbeit handelt von einer Methode der Gleichspannungsmessung, bei der im vollen Umfange von dem Vorteil des Wechselstromverstärkers, insbesondere des selektiven, Gebrauch gemacht werden kann. Die Umformung der zu messenden Gleichspannung geschieht hierbei auf folgende Weise, gemäß Schaltbild Abb. 1.

Die unbekannte kleine Gleichspannung U_x stellt die Mikrophonspeisespannung des Kohlemikrophons 1,

das mit dem parallel zum Verstärkereingang 6 liegenden Widerstand 2 als äußeren Nutzwiderstand in Serie geschaltet ist, dar. Der Lautsprecher 3 wird durch den Tonfrequenzgenerator 4 über den Verstärker 5 erregt und beschallt das Mikrophon mit konstanter Frequenz und Amplitude. Auf diese Weise wird die Gleichspannung in von ihr abhängige Wechselspannung umgewandelt. Diese am äußeren Mikrophon-Nutzwiderstand abfallende Wechselspannung wird über den vierstufigen Röhren-Wechselstromverstärker 6 verstärkt, wobei an die Grenze der überhaupt möglichen Verstärkung [9] herangegangen werden kann. Am Ausgang des Verstärkers wird die Ausgangsspannung über einen Gleichrichter mit einem empfindlichen Drehspulinstrument gemessen. Wenn die Beschallungsfrequenz für das Mikrophon weitgehend konstant erzeugt wird, so z. B. mittels in Verbindung mit Röhre selbsterregter Stimmgabel [10], so kann man mit Vorteil einen selektiven Verstärker und einen optimalen komplexen äußeren Nutzwiderstand für den Mikrophonstromkreis verwenden. Mit der beschriebenen Einrichtung können sich ändernde Gleichspannungen gemessen werden, deren Pulsationsfrequenz kleiner ist als die Frequenz, mit der das Mikrophon beschallt wird. Man hat es in der Hand, die Beschallungsfrequenz entsprechend der Pulsationsfrequenz der zu messenden Gleichspannung anzupassen. So könnte man daran denken, für die Messung von Gleichspannungen hoher Pulsationsfrequenz Spezialmikrophone, die auf Ultraschall ansprechen, anzuwenden, unter Benutzung eines Ultraschallgebers für die Beschallung. Eine solche Kombination ließe sich beispielsweise durch realisieren, daß ein mittels Röhre selbsterregter magnetostruktiv longitudinal schwingender $\lambda/4$ - oder $\lambda/2$ -Stab mit einem schwingenden Ende direkt in das Kohlegrieß einer Mikrophonkammer taucht. Auf diese Weise würde man erreichen, daß Luft als schädliches akustisches Koppelmedium¹ vermieden und die die obere Grenzfrequenz eines Mikrophons im wesentlichen bestimmende Membran umgangen wird.

Bei den durchgeführten Untersuchungen wurde ein Siemens & Halske-Postmikrophon für OB-Betrieb mit einem statischen Eigenwiderstand von 200 Ω verwendet. Die Beschallung erfolgte mit einem unmittelbar vor dem Mikrophon angeordneten dynamischen Lautsprecher, der über einen Verstärker mittels Schwebungstongenerators erregt werden konnte. Es wurde gefunden, daß bei den kleinen Gleichspannungen strenge Proportionalität zwischen Spannung und Strom herrscht, die RU -Kennlinie also eine Gerade ist. Die Kennlinie Abb. 2 gibt den Verlauf der Verstärkerausgangsspannung als Funktion der relativen Schalleistung (Lautsprecher-Eingangsleistung) bei der willkürlich gewählten Frequenz von 1650 Hz und einer willkürlich gewählten Gleichspannung von 220 μV wieder. Die Kurven Abb. 3 zeigen die Ausgangsspannung am Verstärker als Funktion der angelegten zu messenden Gleichspannung bei einer Beschallungsfrequenz von 1650 Hz für die beiden Beschallungsleistungen von 4,6 mW und 22 mW am Lautsprecheranschluß. Der Nullpunkt des Koordinatensystems ist identisch mit dem Rauschspannungspegel des

¹ Wegen des großen Unterschiedes zwischen dem Wellenwiderstand der Luft und den Wellenwiderständen der festen Medien, aus denen der Ultraschallgeber und die Mikrophonmembran bestehen.

mten Systems: Mikrophon, äußerer Nutzwiderstand, Gleichspannungsquelle, die die zu messende Spannung gibt (z. B. Thermoelement), Verstärker. Der Pegel beträgt 2,82 V am Ausgangsinstrument. Aus den Kurven geht hervor, daß Linearität zwischen Gleichspannung und Verstärker-Ausgangsspannung besteht und daß noch eine Gleichspannung von 1 μ V messbar ist. Das ist ein bemerkenswertes Ergebnis, wenn man berücksichtigt, daß für diese grundlegenden Untersuchungen ein gewöhnlicher aperiodischer Verstärker an Stelle eines selektiven verwendet wurde. Man konnte z. B. mit einem Kupfer-Konstantan-Thermoelement diejenige Thermospannung messen, die entsteht, wenn man dem Element einen Finger in etwa 5 cm Entfernung nähert oder wenn man in der Nähe des Elements aus etwa 30 cm Entfernung kommt, bei einer Zimmertemperatur von etwa 20° C. Die Empfindlichkeit der Meßanordnung läßt sich, wie schon angedeutet, erheblich — um wenigstens eine Größenordnung — steigern, wenn ein Verstärker sehr kleiner Bandbreite verwendet wird, da einerseits die Beobachtungszeit, hier kleinem Frequenzbereich, eine entsprechend niedrige Schwankungsamplitude entspricht.

Man könnte daran denken, grundsätzlich auch eine elektro-akustische Wandler für die Umsetzung des Gleichstrom in Wechselstrom für Meßzwecke zu verwenden. Es liegt nahe, einen Versuch mit einem induktiven Mikrophon auszuführen, wobei die zu messende Spannung als Polarisationsspannung angesehen wäre. Derartige Untersuchungen sollen in der zukünftigen Arbeit angestellt werden. Die Verwendung des Kondensatormikrophons scheint uns besonders dann geboten, wenn die Quelle der zu messenden Gleichspannung einen sehr hohen inneren Widerstand besitzt.

Für unsere Untersuchungen wurde zunächst das Kohlemikrophon wegen seines hohen Übertragungsgrades [11] gewählt. Wir fanden einen recht konstanten und niedrigen Rauschpegel bei dem verwendeten Mikrophon. Bei Kohlemikrophonen werden 2 Arten des Rauschens unterschieden [11], ein Makrorauschen und ein Mikrorauschen. Das Makrorauschen ist von niedriger Pulsationsfrequenz und großen, sehr unterschiedlichen Amplituden, sowie ein Mikrorauschen von hoher Pulsationsfrequenz und verhältnismäßig kleiner Amplitudendifferenz. Beide Rauscharten sind hauptsächlich durch Kontakt-Widerstandsänderungen verursacht. HOLM [11] führt das Makrorauschen auf die Temperaturerhöhung zwischen den einzelnen

Körnern bei der üblichen, recht hohen Belastung, bei der die einzelne Kontaktstelle bis zu 1 V zu übersteigen hat, zurück. Infolge dieser hohen Belastung entstehen Verbrennungen und oberflächliche Beschädigungen am Korn, woraus wiederum starke Widerstandsänderungen [12] des gesamten Kontaktsystems resultieren.

Auf Grund dieses Befundes ist zu verstehen, daß wir nur das feine, gleichmäßige Rauschen feststellten, das MEYER und THIEDE [13] auch an Kohleschichtwiderständen fanden und das etwa eine Zehnerpotenz über dem Schroteffekt liegt. Bei den kleinen zu messenden Gleichspannungen als Mikrophonbetriebsspannungen liegt der Arbeitsbereich weit unterhalb der sonst üblichen Mikrofonbelastung.

Die erstaunliche Brauchbarkeit des Kohlemikrophons als Wandler kleiner Gleichspannungen in Wechselspannungen für meßtechnische Zwecke dürfte auf den soeben erörterten Sachverhalt, nämlich das Fehlen der üblichen spontanen und großen Widerstandsänderungen, zurückzuführen sein, sowie darauf, daß Kohlekontakte nicht zum Haften neigen und dadurch definierte Engwiderstände ergeben.

Zusammenfassung.

Es wird ein Verfahren zur Messung kleiner Gleichspannungen angegeben, bei dem die zu messende Gleichspannung in von ihr abhängige Wechselspannung umgewandelt wird. Die Umwandlung erfolgt mittels Kohlemikrophons, wobei die zu messende Gleichspannung die Mikrophonspeisespannung darstellt. Das Mikrophon wird durch einen Schallgeber konstanter Frequenz und Amplitude beschallt und auf diese Weise die Umwandlung der Gleichspannung in Wechselspannung bewirkt. Die erzeugte Wechselspannung wird einem Röhren-Wechselstromverstärker zugeführt.

Literatur. [1] ZERNIKE, F.: Z. Phys. **40**, 628 (1926). — [2] ISING, G.: Phil. Mag. **1**, 827 (1926). — [3] MOLL, W., and H. BURGER: Phil. Mag. **50**, 626 (1925). — [4] JAEGER u. KUSSMANN: Phys. Z. **28**, 645 (1927). — [5] SELL, H.: Z. techn. Phys. **13**, 320 (1932). — [6] ZEISS: Ref. in JAEGER u. KUSSMANN [4]. — [7] LÄMMCHEN, K.: Lorenz-Ber. **8** (1935). — [8] KERKHOF, F.: Z. techn. Phys. **23**, 267 (1942). — [9] FRÄNZ, K.: Z. Hochfrequenztechn. **59**, 105 (1942). — [10] RUST, H. H.: Diss. Univ. Leipzig 1932. — [11] HOLM, R.: Die technische Physik der elektrischen Kontakte. Berlin 1941. — [12] SCHUBERT, G.: Elektr. Nachr.-Techn. **4**, 151 (1927). — [13] MEYER, E., u. H. THIEDE: Elektr. Nachr.-Techn. **12**, 237 (1935).

Dr. H. H. RUST, (24a) Hamburg 39, Andreasstr. 33.

Berichte.

Entwicklungslinien bei Brückenanordnungen für dielektrische Messungen.

Von THEODOR GAST, Darmstadt.

aus dem Institut für technische Physik der Technischen Hochschule Darmstadt. Vorstand: Professor Dr. R. VIEWEG.)

Mit 16 Textabbildungen.

(Eingegangen am 4. August 1949.)

In dem Maße, in welchem die Wechselstromtechnik mit steigenden Spannungen und höheren Frequenzen fortschreitet, wachsen die Anforderungen an die Elektrotechnik. Die Entwicklung verbesserter oder neuer Meßstoffe ist ihrerseits abhängig vom Stand der

dielektrischen Meßmethoden. So ergibt sich von der Technik her der Wunsch nach Verfahren, mit denen man schnell und nach Möglichkeit registrierend dielektrische Eigenschaften in einem weiten Frequenzbereich messen kann. Solche Möglichkeiten sind aber

auch für den Physiker wichtig, der an Hand theoretischer Vorstellungen mit Hilfe dielektrischer Messungen den Feinbau hochmolekularer Stoffe untersuchen will.

Es gibt verschiedene Lösungen dieses meßtechnischen Problems. Eine davon ist durch die seit langem bekannte ponderometrische Meßmethode gegeben, die in neuerer Zeit wieder aufgegriffen wurde [1]. Eine zweite Möglichkeit liegt in der Vervollkommenung der bekannten Wechselstrom-Brückenschaltungen. Von dieser soll im folgenden die Rede sein.

Registrierende Meßbrücken.

Registrierung mit Ausschlagsverfahren und mit selbsttätigem Abgleich.

Brückenmessungen beruhen auf dem Vergleich der interessierenden Größe mit einem Normal mit Hilfe eines Nullindikators. Gewöhnlich wird die Beziehung

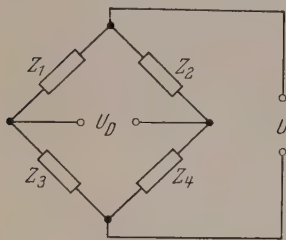


Abb. 1. Brücke mit komplexen Widerständen.

zwischen Meßgröße und Normal bei Abgleich durch das Verhältnis zweier Widerstände, bei Wechselstrombrücken auch zweier Kapazitäten oder Induktivitäten dargestellt. Eine nachträgliche Änderung des Meßobjekts ruft eine Spannung an der Brückendiagonale hervor. Das Nullinstrument zeigt einen

Ausschlag, der in gewissen Grenzen proportional zur Änderung des Meßobjektes ist. Diese läßt sich somit auch registrieren. Der Ausschlag hängt aber außerdem noch von der Spannung ab, mit der die Brücke betrieben wird. Zur Registrierung im Ausschlagsverfahren muß diese Speisespannung konstant gehalten werden.

Legt man auf Registrierung mit Tintenschreibern Wert, dann ist wegen des verhältnismäßig hohen Energiebedarfs dieser Schreibwerke im allgemeinen Verstärkung notwendig. Hierdurch wird eine weitere Fehlerquelle einbezogen. Bei der Registrierung dielektrischer Größen im Ausschlagsverfahren ist es erforderlich, daß das Instrument im Diagonalzweig zwischen einer Störung des Gleichgewichts durch Kapazitätsänderung und einer Verstimmung durch Änderung des Verlustfaktors unterscheidet. Die für diese Selektion notwendigen Schaltungsmaßnahmen können weitere Fehler mit sich bringen.

Die Beseitigung dieser Fehler im einzelnen erfordert beträchtlichen Aufwand. Daher wird man bei hohen Anforderungen an die Meßgenauigkeit lieber zu selbstabgleichenden Anordnungen übergehen, bei denen diese ausschließlich von der Präzision der Brückenglieder und von der Empfindlichkeit des Indikators abhängt.

Brückenschaltungen zur Registrierung dielektrischer Größen für eine feste Frequenz.

Zum Verständnis der Selektion im Diagonalzweig soll kurz auf die Beziehung zwischen Diagonalspannung, Speisespannung und Zweigwiderständen eingegangen werden. Um die Rechnung zu vereinfachen, sei angenommen, daß ein Indikator von praktisch unendlichem Eingangswiderstand verwendet wird. Dann kann die Brücke als Kombination zweier Spannungs-

teiler aufgefaßt werden. Abb. 1 deutet eine Wechselstrombrücke mit vier komplexen Widerständen Z_1, Z_2, Z_3 und Z_4 an. An der senkrechten Diagonale liege die Speisespannung U , waagerecht werde die Diagonalspannung U_D gemessen. Der rechte Zweig, bestehend aus Z_2 und Z_4 soll ungeändert bleiben, während im linken Zweig Z_1 variiert wird. Für die Diagonalspannung ergibt sich:

$$U_D = U \cdot \left\{ \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} - \frac{Z_2}{Z_2 + Z_4} \right\}.$$

Nun interessieren Änderungen von U_D bei Variation von Z_1 . Differenzieren nach Z_1 ergibt

$$\frac{dU_D}{dZ_1} = U \cdot \frac{(Z_1 + Z_3) - Z_1}{(Z_1 + Z_3)^2} = \frac{Z_3}{(Z_1 + Z_3)^2},$$

$$\Delta U_D \approx U \cdot \frac{Z_3}{(Z_1 + Z_3)^2} \cdot \Delta Z_1.$$

Für kleine Änderungen von Z_1 bleibt der Faktor vor ΔZ_1 sowohl dem Betrag als auch der Phase nach praktisch konstant, so daß

$$\Delta U_D \approx K \cdot \Delta Z_1 \quad (1)$$

geschrieben werden darf. K bezeichnet eine Konstante

Das Brückenglied Z_1 sei durch einen Kondensator von der Kapazität C mit einem Verlustfaktor $\tan \delta$ dargestellt. Sein Scheinwiderstand ergibt sich formal zu

$$Z_1 = \frac{1}{\omega C} \cdot e^{-i\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)},$$

wobei δ den Verlustwinkel bezeichnet. Es sei nun die Änderung von Z_1 durch Kapazitätsvariation bei konstantem dielektrischem Verlust betrachtet. Für sie gilt

$$\left. \begin{aligned} \frac{dZ_1}{dC} &= e^{-i\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)} \cdot \frac{1}{\omega C^2}, \\ \Delta Z &\approx -e^{-i\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)} \cdot \frac{1}{\omega C^2} \cdot \Delta C. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Demgegenüber erhält man für eine Änderung von δ bei konstantem C

$$\left. \begin{aligned} \frac{dZ_1}{d\delta} &= -i \cdot e^{-i\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)} \cdot \frac{1}{\omega C}, \\ \Delta Z_1 &\approx -i \cdot e^{-i\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)} \cdot \frac{1}{\omega C} \cdot \Delta \delta. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Setzen wir jeweils ΔZ_1 aus (2) und (3) in (1) ein, dann ergeben sich ΔU_D , die für kleine δ um 90° in der Phase verschieden sind. Dies bildet die Grundlage für der getrennten Abgleich nach Kapazität und dielektrischem Verlustfaktor.

Registrierung einer Komponente bei fester Frequenz

Es gibt Fälle, in denen allein die Änderung einer Kapazität ohne Rücksicht auf den Verlustfaktor interessiert. So z. B. bei der kapazitiven Messung mechanischer Größen und für gewisse Aufgaben der chemischen Technik. Man wird dann eine Schaltung wählen, bei welcher das Instrument im Nullzweig ausschließlich auf kapazitive Verstimmung der Brücke anspricht. Als Beispiel sei eine Brückenschaltung mit Röhrenverstärkung angegeben, die auf Gedanken von KLUGE und LINCKH [2] zurückgeht. Abb. 2 zeigt diese

ordnung. C_1 und C_2 seien verhältnismäßig große Kapazitäten, die mit den Widerständen R_3 und R_4 zu einer Wechselstrombrücke vereinigt sind. Das Meßobjekt wird zu C_1 parallel geschaltet und ändert eine vornehmlich vorhandene Verstimmung der Brücke. In der Diagonale liegt also eine Wechselspannung, die bei Zuschalten der interessierenden Kapazität eine Änderung erfährt. Die Diagonalspannung wird über Verstärkerröhre in Audionschaltung zugeführt. Die Röhre bildet ein Glied einer Gleichstrombrücke, deren Nullzweig das Anzeige- oder Registriergerät enthält. Die Gleichstrombrücke wird so abgeglichen, daß das Meßgerät für den von der Unsymmetrie der Wechselstrombrücke bestimmten Arbeitspunkt der Röhre stromlos ist. Diesen Arbeitspunkt legt man auf den geradlinigen Teil der Röhrencharakteristik. Bei Umschalten des Meßobjektes entsteht dann ein Ausschlag, welcher der zu messenden Kapazität proportional ist. Ändert sich der Verlustfaktor in einem der Brückenmitglieder, dann tritt an der Diagonale der Wechselstrombrücke eine zusätzliche Spannung auf, deren Vektor auf demjenigen der schon vorhandenen Spannung senkrecht steht. Diese zweite Komponente beeinflusst jedoch den resultierenden Spannungstrag solange nicht merklich, als sie klein gegenüber der ersten bleibt. Auf diese Weise ist eine gewisse Selektion im Nullzweig erreicht.

Die Methode hat den Nachteil, daß Schwankungen der Brückenspeisespannung besonders empfindlich in die Messung eingehen, weil man mit unterdrücktem Nullpunkt arbeitet.

Dies wird bei der Anordnung nach Abb. 3 vermieden, bei der zwei Röhren im Gegentakt geschaltet sind. Den Gittern der beiden Verstärkerröhren wird über einen Phasenschieber eine Hilfswechselspannung zugeführt. Diese legt den Arbeitspunkt auf den geradlinigen Teil der Kennlinie. Zu dieser Vorspannung addiert sich für die eine Röhre die Diagonalspannung der Brücke, während sie sich für die andere von ihr subtrahiert. Die Verstärkerröhren sind mit konstanten Widerständen zu einer Gleichstrombrücke vereinigt, in deren Diagonale das Anzeigegerät liegt. Schwankt nun die Vorspannung, dann wirkt sich dies auf beide Röhren in gleicher Weise aus, so daß die Anzeige hiervon nicht nennenswert beeinflusst werden kann. Tritt jedoch eine Diagonalspannung an der Brücke auf, die mit der Hilfsspannung in Phase oder gegenphasig ist, dann schlägt das Nullgerät nach rechts, bzw. nach links aus. Eine zusätzliche, verlustbedingte Komponente bleibt wirkungslos, weil sie den resultierenden Spannungsbetrag an den Gittern beider Röhren in gleichem Maße erhöht. Die Schaltung eignet sich zum selektiven Abgleich einer Komponente mit Hilfe eines Drehspulanzeigergerätes. Registrierung ist ebenfalls möglich. Zum Übergang auf die andere Komponente ist lediglich der Phasenschieber für die Vorspannung zu verstellen.

Die zur Selektion verwendete phasenabhängige Gleichrichtung kann natürlich auch mit Sperrschichtgleichrichtern vorgenommen werden. Dies geschieht bei der in Abb. 4 gezeigten Brückenarrangement mit selbsttätigem Abgleich [3]. Eine Kapazitätsmeßbrücke nach GIEBE und ZICKNER [4] wird mit einer hohen Frequenz, z. B. 800 Hz betrieben. An der Meßdiagonale liegt ein abgestimmter, mehrstufiger Verstärker, dessen Übertragungsmaß geregelt werden

kann. An ihn schließt sich ein phasenabhängiger Sperrschichtgleichrichter an, der seine Hilfsspannung über einen Phasenschieber aus dem Brückengenerator bezieht. Die Gleichspannung steuert über eine weitere Verstärkerstufe das Abgleichorgan. Als solches dient ein Zylinderkondensator, dessen einer Belag durch eine Tauchspule gegen die Rückstellkraft einer Feder verschoben wird. Das System stellt sich so ein,

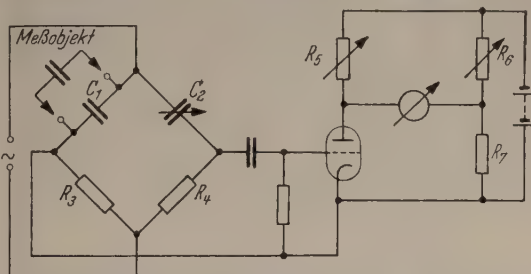


Abb. 2. Kapazitätsmessung im Ausschlagsverfahren mit unterdrücktem Nullpunkt.

daß die vom Meßobjekt herrührende Kapazitätsänderung bis auf einen geringen Bruchteil ausgeglichen wird, der mittelbar über Brücke, Gleichrichter und Verstärker den zur Steuerung notwendigen Strom aufrechterhält. Dieser Strom ist proportional zur gesuchten Kapazitätsänderung. Er kann angezeigt und registriert werden. Bei genügendem Verstärkungsfaktor wird der unausgeglichene Rest sehr klein im

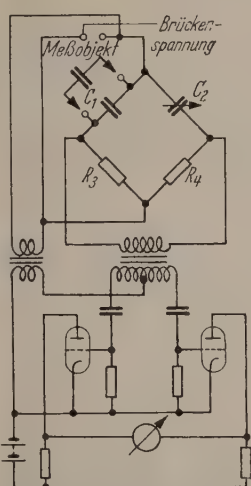


Abb. 3. Phasempfindlicher Indikator mit zwei Trioden im Gegentakt.

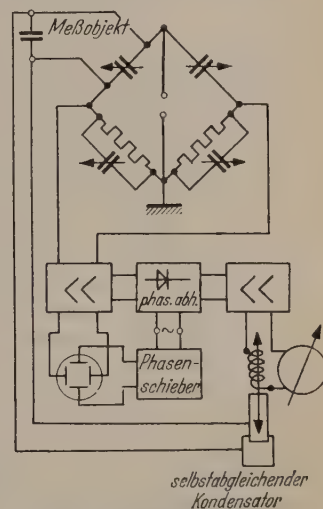


Abb. 4. Schaltung zum Aufzeichnen kleiner Kapazitätsänderungen.

Verhältnis zur gemessenen Kapazitätsänderung. Die Anordnung wird in diesem Fall von Schwankungen der Betriebsspannung nur in geringem Maße beeinflusst. In Abb. 4 ist außerdem eine BRAUNSCHE Röhre eingezeichnet, welche den Abgleich von Hand nach Kapazität und dielektrischem Verlust [5] sowie eine Kontrolle des selbsttätigen Abgleichs erlaubt. Mit der angegebenen Schaltung gelang es, Kapazitätsänderungen von 10^{-3} pF zuverlässig zu registrieren.

Selbsttätiger Abgleich von Wechselstrombrücken nach 2 Komponenten.

Mit Hilfe zweier phasempfindlicher Gleichrichter, die mit zwei um 90° gegeneinander phasenverschobenen Hilfsspannungen arbeiten, kann man gleichzeitigen selbsttätigen Abgleich von Kapazitätsmeß-

brücken nach Kapazität und dielektrischem Verlustfaktor erreichen. Hierzu lassen sich sowohl kleine Elektromotore in Verbindung mit Relais als auch sog. Gleichstrom-Nullmotore verwenden. Bekannt ist eine automatische Kapazitätsmeßbrücke, bei der die Selektion der Komponenten elektrodynamisch mit Hilfe von Induktionsmotoren erfolgt. Diese einstweilen auf 50 Hz beschränkte Anordnung wurde von GEYGER angegeben [6]. Abb. 5 zeigt die Schaltung dieser Numo-Brücke. Die Nullmotore entsprechen in ihrem Aufbau Induktionszählerwerken, welche über einen gemeinsamen Phasenschieber Ph derart aus dem Drehstromnetz erregt werden, daß die erzeugten magnetischen Flüsse Φ_1 und Φ_1' gegeneinander um 90° verschoben sind. Die Stromwicklungen der Nullmotore werden gemeinsam von einem Verstärker V

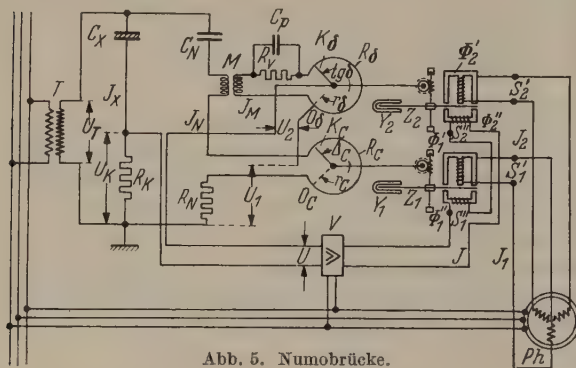


Abb. 5. Numo-Brücke.

gespeist, der an die Brückendiagonale angeschlossen ist. Die Nullmotore betätigen Schleifdrahtwiderstände, mit deren Hilfe die Brücke nach Kapazität und dielektrischem Verlustfaktor abgeglichen wird. Das Meßobjekt befindet sich im linken Brückenweig in Reihe mit dem Festwiderstand R_K . Der rechte Zweig besteht im wesentlichen aus dem Normal-kondensator C_N in Reihe mit dem regelbaren Widerstand R_N , mit dessen Hilfe zunächst von Hand ein Vorabgleich durchgeführt werden kann. R_N wird durch den automatisch eingestellten Schleifdrahtwiderstand R_C ergänzt. Der zweite Schleifdrahtwiderstand R_D bekommt über den Stromwandler M einen um 90° voreilenden Strom aufgeprägt, der den zum Abgleich des Verlustfaktors geeigneten Spannungsabfall U_2 erzeugt. Der selbsttätige Abgleich vollzieht sich innerhalb einer sec. Mit R_C und R_D sind Schreibwerke verbunden, welche Kapazitäts- und Verluständerungen aufzeichnen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß der selbsttätige Abgleich von Kapazitätsmeßbrücken bei einer festen Frequenz keine grundsätzlichen Schwierigkeiten bietet und mit relativ einfachen Hilfsmitteln durchführbar ist.

Brücken mit selbsttätigem Abgleich für veränderliche Frequenz.

Im folgenden sollen die Schwierigkeiten, die sich beim selbsttätigen Abgleich in einem größeren Frequenzbereich entgegenstellen, einzeln betrachtet werden. Die schrittweise Beseitigung führt zu einem neuen Brückentyp, auf dessen Aufbau, Leistungen und Entwicklungsaussichten näher eingegangen wird.

Anforderungen an die Brückenschaltung.

Die im vorangehenden Teil betrachteten Brückenschaltungen vom Typus der SCHERING-Brücke mit 2 Kapazitäten in der oberen und 2 Widerständen in der unteren Hälfte sind bei festen Werten von R und C nur in einem begrenzten Frequenzbereich brauchbar. Es ist leicht einzusehen, daß die Empfindlichkeit für diejenige Frequenz einen Bestwert erreicht, für welche $R\omega C = 1$ gilt. Nach beiden Seiten nimmt die Empfindlichkeit zunächst langsam, dann zunehmend schneller und schließlich direkt bzw. umgekehrt proportional der Frequenz ab. Mit wachsendem Frequenzbereich steigt auch der Einfluß der unvermeidlichen Fehlwinkel. Man hilft sich zwar durch umschaltbare Widerstände, die eine Anpassung an die Frequenz erlauben. Indessen ist die notwendige Veränderung der Brücke beim Übergang von einer Meßfrequenz zur anderen mit Zeitverlust verbunden. Ähnlich liegen die Verhältnisse, wenn man in den unteren Brückenarmen Induktivitäten anwendet [7]. Zwar gelingt es, auf diesem Wege Brücken bemerkenswerter hoher Symmetrie herzustellen. An einer Umschaltung für verschiedene Frequenzbereiche kommt man jedoch auch hier nicht vorbei. Die einzige Brückenordnung, die ohne Umschaltung Kapazitätsmessungen in einem sehr weiten, allein durch Annäherung der Wellenlänge an die geometrischen Abmessungen begrenzten Frequenzbereich erlaubt, ist die Vierkapazitätenbrücke. Schwierigkeiten bringt auch der Abgleich dielektrischer Verluste, sobald man Messung in einem weiteren Frequenzbereich anstrebt. Gewöhnlich gleicht man den Verlustwinkel eines Brückenarmes mit Hilfe einer Kombination von Widerstand und Kapazität in einem benachbarten oder gegenüberliegenden Zweig ab. Nun gilt für die Parallelschaltung von kleinem Widerstand und kleiner Kapazität im gegenüberliegenden Zweig und für die Reihenschaltung von großer Kapazität und kleinem Widerstand im Nachbarzweig

$$\operatorname{tg} \delta = R \omega C,$$

während sich bei Reihenschaltung von großem Widerstand und großer Kapazität im gegenüberliegenden Zweig sowie für Parallelschaltung von großer Kapazität und hohem Widerstand im Nachbarzweig

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{R \cdot \omega \cdot C}$$

ergibt. Für jede Frequenz ist also zur Kompensation des gleichen Verlustwinkels eine andere Kombination von Widerstand und Kapazität erforderlich. Dieser Nachteil ist grundsätzlich auch bei der Vierkapazitätenbrücke vorhanden, wenn man zum Verlustabgleich einen OHMSchen Widerstand heranzieht. Er kann jedoch durch ein anderes Prinzip des Verlustabgleichs vermieden werden, von dem im nächsten Abschnitt die Rede sein wird.

Verlustabgleich durch einen Hilfsstrom.

Wie oben abgeleitet wurde, treten bei einer zunächst abgeglichenen Wechselstrombrücke bei Kapazitätsänderung oder Variation der dielektrischen Verluste in einem Zweig Diagonalspannungen auf, die um 90° gegeneinander phasenverschoben sind. Dies ist auch bei der Vierkapazitätenbrücke der Fall. Für

eine Kapazitätsänderungen ist hier die Diagonalspannung gleichphasig mit der Brückenspannung. Abb. 6 links veranschaulicht dies durch ein Zeigerdiagramm. Treten hingegen bei konstanter Kapazität in einem Brückenglied dielektrische Verluste auf, dann ist die Diagonalspannung gegenüber der Brückenspannung um 90° phasenverschoben (Abb. 6 Mitte). Nun ist es für $\tan \delta \ll 1$ möglich, die Diagonalspannung durch Einschalten einer kleinen Spannungsquelle in einen der unteren Brückenarme zum Verschwinden zu bringen. Abb. 6 rechts deutet diesen Vorgang an. An der unteren Brückenecke ist ein Vektor U_5 eingezeichnet, an dessen Spitze der Vektorzug $U_4 - U_2$ ansetzt. U_5 kann durch einen Hilfsstrom realisiert werden, der nach Abb. 7 durch einen Kondensator C_5 zwischen der unteren Brückenecke und der Kapazität C_4 fließt. Für $C_5 \gg C_4$ ist U_D bei konstantem Hilfsstrom von C_2 und C_1 sowie dem inneren Widerstand des Brückengenerators praktisch unabhängig. Der Verlustwinkel δ kann bei abgeglicherer Brücke durch Messung des Hilfsstroms bestimmt werden. Aus dem Vektorbild folgt für kleine δ mit guter Näherung:

$$\frac{U_5}{U_3} = \tan \delta,$$

demnach gilt

$$\tan \delta \approx \frac{I_H}{C_5 \cdot U_3}.$$

Leichter ist es, mit einer konstanten Hilfsspannungsquelle zu arbeiten, der man den Hilfsstrom über einen regelbaren geeichten Kondensator C_6 entnimmt. Die Spannung des Hilfsgenerators muß in diesem Fall zur Brückenspannung in einem bekannten gleichbleibenden Verhältnis stehen und ihr gegenüber einen Phasenunterschied von 90° besitzen. Diese Art der Verlustmessung ist grundsätzlich frequenzunabhängig. Während beim Verlustabgleich mit einer Kombination von Widerstand und Kondensator Oberwellen der Brückenspannung in der Brückendiagonale stets überlagert in Erscheinung treten, ist diese Störung bei dem Verlustabgleich mit einem Hilfsstrom nur dann vorhanden, wenn der untersuchte Kondensator dielektrische Anomalie zeigt. Durch Selektion im Nullstrom lassen sich die Oberwellen leicht unterdrücken.

Das Meßproblem ist somit unter relativ geringem Schaltungsaufwand auf die Aufgabe zurückgeführt, einen Brückengenerator mit zwei konstanten oder in konstantem Verhältnis stehenden Spannungen bereitzustellen. Diese Spannungen müssen bei veränderlicher Frequenz stets um 90° phasenverschoben sein.

Ein Brückengenerator für dielektrische Messungen in einem weiten Frequenzbereich.

Wie EBERHARD, RUPP und NÜSSLEIN [8] gezeigt haben, ist es möglich, mit Hilfe von Mischschaltungen einen Generator herzustellen, der 2 Spannungen der gleichen, wählbaren Frequenz mit konstanter, ebenfalls wählbarer Phasendifferenz liefert. Eine solche Anordnung ist für die vorliegende Aufgabe brauchbar. Abb. 8 zeigt das Prinzip. Ein Oszillator veränderlicher Frequenz erzeugt mit einem zweiten Oszillator Schwebungen. Die Mischung geschieht mit Hilfe von Hexoden, welchen die regelbare Frequenz unmittelbar und gleichphasig zugeführt wird. Die feste Frequenz gelangt zur einen Hexode direkt und zur anderen über

einen einstellbaren Phasenschieber. Im Ausgang der Mischstufe treten zwei gleiche Überlagerungsfrequenzen auf. Mit Hilfe der Additionstheoreme läßt sich

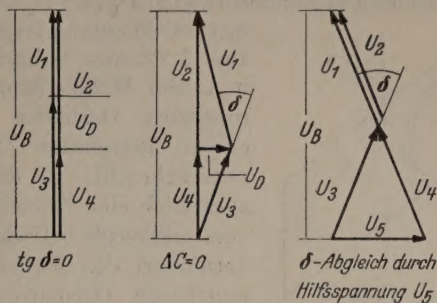


Abb. 6. Vektordiagramme der Vierkapazitätenbrücke.

leicht nachweisen, daß die entstehenden Wechselspannungen unabhängig von der Frequenz in der

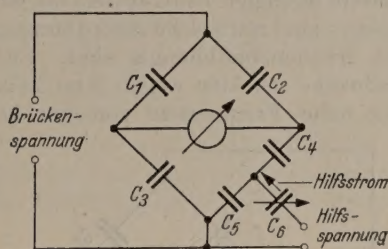


Abb. 7. Verlustabgleich durch einen Hilfsstrom.

Phase um einen konstanten Betrag verschoben sind. Dieser ist gleich der im Eingang eingestellten Phasendifferenz.

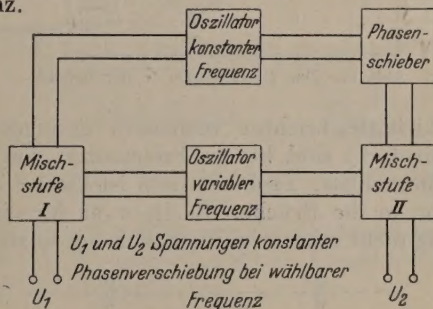


Abb. 8. Misch-Schaltung nach EBERHARD, RUPP und NÜSSLEIN.

Ein nach diesem Prinzip arbeitendes Gerät wurde vom Verfasser für eine selbstabgleichende Meßbrücke gebaut. Es besitzt einen Frequenzbereich von 20 Hz

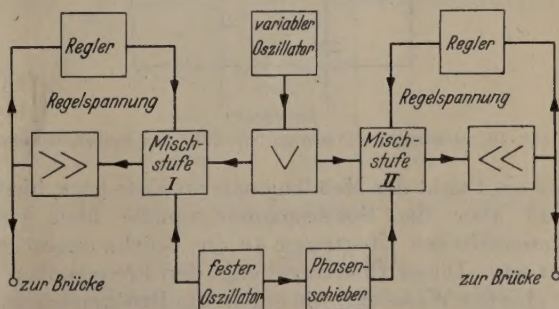


Abb. 9. Brückengenerator mit selbsttätiger Spannungsregelung.

bis 20 kHz, zeigt gute Spannungs Konstanz und liefert je 100 V an $5 \text{ k}\Omega$. Abb. 9 zeigt die schematische Schaltung. Der feste, durch einen Quarz stabilisierte Oszillator O_1 ist mit einem um 360° veränderlichen Phasenschieber Ph und den beiden Mischstufen auf

einem Chassis vereinigt. Ein zweites Chassis enthält die beiden ersten Stufen der 2 Breitbandverstärker V_1 und V_2 . Die Endstufen sind mit den zur Spannungsregelung dienenden Dioden D_1 und D_2 auf einem dritten Chassis untergebracht. Die 3 Chassis befinden sich in einem Metallgehäuse. Der regelbare Oszillator ist in einem getrennten Gehäuse untergebracht, in dem sich zusätzlich eine Hochfrequenzverstärkerstufe befindet. Diese verhindert die Mitnahme des regelbaren Oszillators durch den festen.

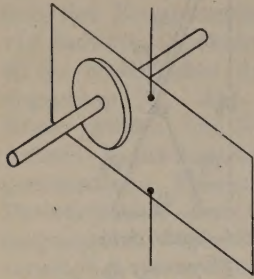


Abb. 10. Torsions-Blattelektrometer.

Anforderungen an den Brückenindikator.

Als phasenabhängige Indikatoren für ein größeres Frequenzgebiet sind nur solche Anordnungen geeignet, die in sich frequenzunabhängig sind. Elektrodynamische Meßwerke scheiden wegen ihrer hohen Induktivität für hohe Frequenzen von vornherein aus.

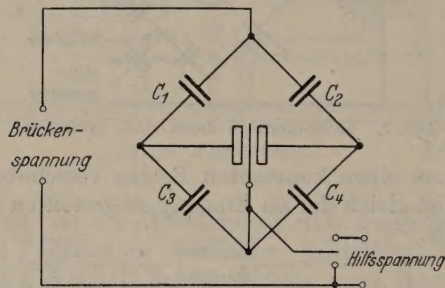


Abb. 11. Das Elektrometer in der Brücke.

Sperrschichtgleichrichter besonders geringer Kapazität (Sirutore) sind bis zu Frequenzen von einigen 10^6 Hz brauchbar. Problematisch ist hierbei die Einschaltung in die Brücke. Es ist zwar für eine feste Frequenz nicht schwierig, die Schaltung so zu treffen,

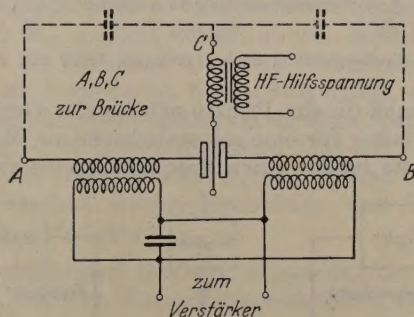


Abb. 12. Messung der Folienlage mit Hilfe von Transformatoren.

daß ein Punkt der Meßdiagonale an Erde liegt, hierfür muß aber die Speisespannungsquelle über einen symmetrischen Übertrager an die Brücke angeschlossen sein. Dieser Übertrager engt den Frequenzbereich in gleicher Weise ein, wie ein an die Brückendiagonale angeschlossener Symmetrietransformator. Im allgemeinen wird man vor dem phasenabhängigen Gleichrichter einen Breitbandverstärker vorsehen müssen. Dieser besitzt jedoch ein frequenzabhängiges Phasenmaß, so daß eine exakte Trennung von kapazitiver und verlustbedingter Verstimmung nur für eine bestimmte Frequenz eintritt. Dieses Hindernis

wäre bei einigem Aufwand wohl zu überwinden. Zum Beispiel ließe sich die Hilfsspannung dem phasenabhängigen Gleichrichter über eine Schaltung von Kapazitäten und Widerständen zuführen, die für jede Frequenz das gleiche Phasenmaß besitzt, wie der Verstärker.

Es gibt jedoch eine einfachere Möglichkeit zur Verstärkung der Diagonalspannung bei gleichzeitiger Aufspaltung nach 2 Komponenten. Sie beruht auf der Anwendung eines elektrostatischen Indikators, der ohne vermittelnde Schaltelemente in die Brücke eingegliedert werden kann. Dieser Indikator erlaubt den Aufbau einer Brückenordnung, welche nur Kapazitäten enthält und daher in einem sehr weiten Bereich frequenzunabhängig ist.

Der elektrostatische Indikator in der Vierkapazitätenbrücke.

Über die Wirkungsweise des elektrostatischen Brückenindikators [9] ist an anderer Stelle ausführlich berichtet worden. Sie braucht daher hier nur kurz beschrieben zu werden. Abb. 10 zeigt das Elektrometersystem des Indikators. Eine Folie, die einem Spannband drehbar aufgehängt ist, erfährt von zwei benachbarten Platten Kräfte, welche mit dem Quadrat der Spannung zwischen Folie einerseits und Platte andererseits wachsen. Das Elektrometer nach Abb. 11 in eine Vierkapazitätenbrücke eingefügt. Maßgebend für die Anziehungskräfte sind die Teilspannungen U_3 und U_4 an den unteren Brückengliedern C_3 und C_4 . Bei abgeglichenen Brücke sind U_3 und U_4 gleich und mit ihnen die Kräfte von rechts und links auf die Folie. Diese steht infolgedessen in der Mittellage. Ändert sich die Kapazität in einem der Zweige, dann werden U_3 und U_4 ungleich. Die Folie erfährt eine einseitige Kraft und wird bis zu einem Gleichgewicht mit der Rückstellkraft des Spannbandes ausgelenkt. Anders ist es bei einer klein verlustbedingten Verstimmung. Hier ändern sich die für die Anziehungskraft maßgeblichen Beträge praktisch nicht, so daß das Elektrometerblatt in Ruhe bleibt. Der umgekehrte Effekt, nämlich Ausschlag bei verlustbedingten Änderungen und Unempfindlichkeit bei kleinen Kapazitätsänderungen, erreicht man, wenn in der Schaltung nach Abb. 11 das Blättchen nicht an die untere Brückenecke sondern an eine Hilfsspannung passender Größe und Phase gekoppelt wird. Diese Hilfsspannung muß so bemessen sein, daß ihr Vektor, von dem Potential der Brückenmitte an gerechnet, senkrecht auf dem Vektor der Brückenspeisespannung steht. Sollen sowohl kapazitive als auch verlustbedingte Verstimmungen gleichzeitig beobachtet, bzw. ausgewertet werden, dann sind 2 Elektrometer vorzusehen, deren Platten gleichzeitig an die Brückenecken angeschlossen sind. Die Bewegung des Blättchens lassen sich kapazitiv mit Hilfe von Hochfrequenz messen und in proportionale Gleichströme überführen. Hierzu kann das gleiche Plattenpaar benutzt werden, das auch zur Erzeugung des Ausschlags dient. Abb. 12 zeigt, wie in diesem Fall die zur Steuerung des Blättchens notwendigen Spannungen von der zur Messung der Lage dienenden Hochfrequenz mit Hilfe abgestimmter Transformatoren getrennt werden. Es kann aber auch zweckmäßig sein, symmetrisch zum ersten ein zweites Plattenpaar anzubringen, das ausschließlich

agenmessung dient. Zur Umsetzung des Ausschlags in proportionale Ströme wurden vom Verfasser Methoden erprobt. Die erste benutzt eine Brückenordnung oder einen Differenztransformator, mit anschließender Verstärkung und phasenabhängiger Gleichrichtung, während die zweite die Rückkopplung eines Oszillators durch die Auslenkung der Folie ändern läßt und die hiermit verbundene Änderung des Anodenstroms zur Anzeige ausnützt.

Für die im allgemeinen erwünschte Regelung der Empfindlichkeit gibt es 2 Möglichkeiten. Die erste besteht darin, daß der Verstärker in der Hochfrequenzhilfsschaltung regelbar gemacht wird. Dies kann entweder durch einen Amplitudenregler im Eingang, also etwa eine regelbare Gegeninduktivität oder einen Differentialkondensator oder auch durch Anwendung von Exponentialröhren geschehen. Die zweite Möglichkeit entspricht der in der Rundfunktechnik bisweilen angewendeten regelbaren Gegenkopplung. Voraussetzung hierfür ist ein Elektrometer mit 4 Platten,

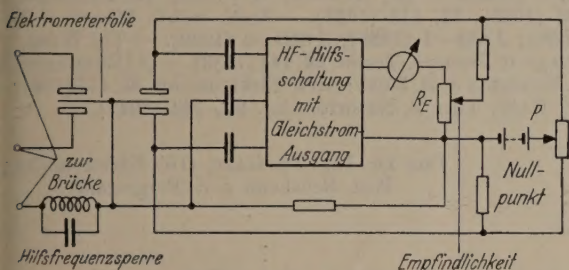


Abb. 13. Schaltung zur Einstellung von Nullpunkt und Empfindlichkeit des Brückenelektrometers.

bei dem ohne besonderen Aufwand an Trennungsgliedern eine zusätzliche Hilfsgleichspannung angelegt werden kann. Abb. 13 zeigt eine hierzu geeignete Schaltung. Durch einen Widerstand R_E im Anzeigezweig wird ein Spannungsabfall erzeugt. Ein wählbarer Teil dieser Spannung wird als Potentialdifferenz der beiden rechten Elektrometerplatten wirksam. Die Hilfsspannung führt man den Platten über ein Potentiometer P zu, mit dem sich der Nullpunkt elektrisch einstellen läßt.

Der selbsttätige Abgleich.

Mit den bisher besprochenen Bauelementen genügt es, unabhängig von der Meßfrequenz für kapazitive und verlustbedingte Verstimmungen in zwei getrennten Kanälen Gleichströme eindeutiger Zurechnung bis zu einigen Milliampere zu erhalten, die man mit Drehspulgeräten anzeigen kann. Auf Grund der Anzeige kann der Abgleich von Hand an je einem veränderlichen Kondensator für Kapazität und dielektrischen Verlust durchgeführt werden. Der Abgleich läßt sich durch Anwendung von Gleichstrommotoren mit Relaissteuerung oder mit Hilfe von Gleichstrom-Nullmotoren automatisieren. Beide Wege sind erprobt worden.

Zur un stetigen Einstellung mit Motor und Relais wurde das polarisierte Relais von Siemens und Halske verwendet, das sich durch besonders kleine Trägheit auszeichnet. Es erhält eine Hauptwicklung, die in Reihe mit dem Anzeigegerät in den Ausgang des Verstärkers gelegt wird, sowie eine Hilfswicklung, der man zur Dämpfung des Regelvorgangs einen einstellbaren Bruchteil der Ankerspannung des Motors zu führt. Das polarisierte Relais betätigt zwei weitere,

unpolarisierte Relais, die den Rechtslauf bzw. Links- lauf des Motors bewirken. Abb. 14 zeigt eine hierfür brauchbare Schaltung. Günstiger ist der stetige Abgleich mit Hilfe von Gleichstrom-Nullmotoren. Hierfür haben sich Integrationsmotore von Siemens-Schuckert bewährt, die für eine Nennspannung von 24 V ausgelegt sind und bereits bei einem Strom von 0,1 mA anlaufen. Diese Motore verstellen über eine Zahnrad- untersetzung und einen Seiltrieb die Abgleich- kondensatoren. Zur Dämpfung des Einstell- vorgangs wird die Ankerspannung des Null- motors zu einem ein- stellbaren Teil an die Platten des Elektrometers zurückgegeben. Es ist nämlich die Spannung am Anker seiner Drehgeschwin- digkeit und damit auch der Einstellgeschwindigkeit des Drehkondensators proportional. Daher entsteht

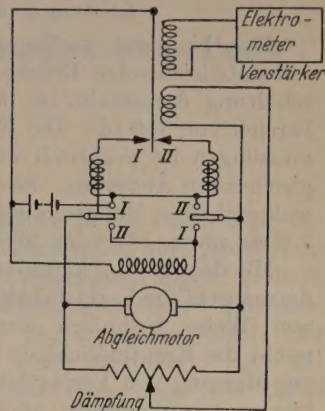


Abb. 14. Relaischaltung zum selbsttätigen Brückenabgleich.

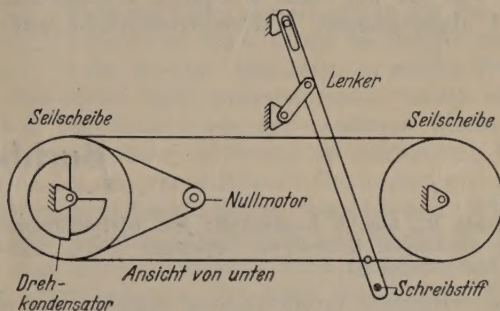


Abb. 15. Schreibmechanismus der selbsttätigen Meßbrücke.

mittelbar über das Elektrometer ein geschwindigkeits- proportionales Gegendrehmoment. Dieses wirkt dämpfend auf den Abgleich ein.

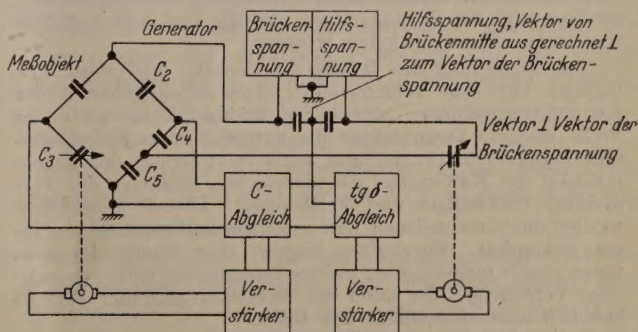


Abb. 16. Selbsttätige Meßbrücke für Kapazitäts- und Verlustabgleich.

Der Schreibmechanismus.

Zum Abgleich der Brücke nach Kapazität und dielektrischem Verlust werden Kreisplattendrehkondensatoren verwendet. Ihr Drehwinkel ist der Kapazität proportional. Daher läßt sich eine lineare Aufzeichnung sehr einfach durch einen Seiltrieb gewinnen. Um die Reibungsverluste möglichst klein zu halten, wird der Schreibstift, der auch das Seil bewegt, durch einen Lenker geradlinig geführt. Auf diese

Weise läßt sich erreichen, daß Kapazität und dielektrischer Verlustfaktor durch zwei getrennte Schreibwerke in das gleiche Diagramm eingetragen werden. Abb. 15 zeigt das Schema dieser Anordnung.

Leistungen der Brücke.

Das bis jetzt vorliegende Versuchsmodell einer selbstabgleichenden Brücke, das in Abb. 16 in Blockschaltung dargestellt ist, hat einen Kapazitätsmeßbereich von 150 pF. Die Einstellzeit für Kapazitätsmessungen ist praktisch unabhängig von der auszugleichenden Änderung. Sie beträgt weniger als 1 sec, während die Meßgenauigkeit zwischen 50 Hz und 2 MHz unter 1% vom Skalenendwert liegt.

Mit dem Modell konnte ferner gezeigt werden, daß der selbsttätige Verlustabgleich in der oben beschriebenen Weise technisch durchführbar ist. Indessen reicht die Empfindlichkeit im Augenblick noch nicht zur Messung von Verlustfaktoren unter 1% aus. Um hier weiterzukommen, muß die Empfindlichkeit des Elektrometers gesteigert werden. Dies setzt konstruktive Verbesserungen voraus, an denen zur Zeit der Abfassung dieses Berichtes gearbeitet wird.

Zusammenfassung.

Die vorliegende Arbeit skizziert den Entwicklungsgang von der bei fester Frequenz arbeitenden, von Hand abgeglichenen Wechselstrombrücke zur voll-

automatischen Zweikomponentenbrücke für ein breites Frequenzband. Der selbsttätige Abgleich von Verluststrombrücken in einem weiten Frequenzbereich nach Kapazität und dielektrischem Verlust stößt auf eine Reihe von Schwierigkeiten, die in der Frequenzabhängigkeit der zum Abgleich notwendigen Schaltungselemente begründet sind. Schrittweise Beseitigung dieser Hindernisse führte zu einer rein kapazitiven Meßbrücke mit Verlustabgleich durch einen Wechselstrom. Der hierzu notwendige Generator wird beschrieben. Als Indikator eignet sich ein elektronisches System mit Fernanzeige. Dieses steuert Mechanismen, welche den automatischen Abgleich vornehmen. Die Abgleichanordnung wird kurz berichtet.

Literatur. [1] GAST, TH., u. E. ALPERS: Z. angew. Phys. 228 (1948). — [2] KLUGE, J., u. H. G. LINCKH: Ber. techn. Reichsanst. — [3] VIEWEG, R., u. TH. GAST: Arch. Elektrotechn. 24, 56 (1943). — [4] GIEBE, E., u. G. ZICK: Arch. Elektrotechn. 11, 109 (1922). — Z. Instrumente 53, 1, 49, 97 (1933). — [5] LAMSON, H. W.: Gen. Radio Eng. 13, 5 (1939). — [6] GEYGER, W.: Arch. Elektrotechn. 842 (1935); 31, 115 (1937). — Arch. techn. Messen J 1 (1936); J 924—1 (1936); J 850—3 (1939). — [7] WIRK: Telegr. u. Fernspr.-Techn. 23, 144 (1933). — [8] EBERHARD, G. NÜSSEIN u. H. RUPP: Arch. Elektrotechn. 35, 477 (1947). — [9] GAST, TH.: Z. Naturforsch. 2a, 344 (1947).

Doz. Dr.-Ing. TH. GAST, (16) Klausenmühl
Post Bensheim a. d. Bergstraße.

Buchbesprechungen.

Plank, R., und J. Kuprianoff: Die Kleinkältemaschine. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1948. 324 S. u. 225 Abb. DMark 27.—.

Die vorliegende Veröffentlichung stellt eine auf nahezu den doppelten Umfang erweiterte Neubearbeitung des Buches „Haushalt-Kältemaschinen und kleingewerbliche Kühlanlagen“ dar, das 1934 von denselben Verf. in 2. Auflage erschienen ist. Diese erweiterte Fassung gibt, unterstützt durch zahlreiche Abbildungen, einen ausführlichen Überblick über alle wichtigeren Konstruktionen auf dem Gebiet der Kleinkältemaschinen. Hierbei werden nicht nur viele Einzelheiten, sondern auch die Wirkungsweise und die Vor- und Nachteile zahlreicher Konstruktionen erörtert.

Die Einteilung des Buches ist dieselbe wie früher. Es beginnt mit den verschiedenen Anwendungsgebieten der Kleinkältemaschinen, wobei die Kältschränke an erster Stelle stehen. Dann folgen die automatischen Sicherheits- und Regelvorrichtungen und nach Schilderung der Eigenschaften der Kältemittel die zahlreichen Bauarten der Verdichter, Verflüssiger und Verdampfer. Ebenso ausführlich werden die verschiedenen Arten der Absorptionskältemaschinen behandelt. Ein kurzes Kapitel über Sonderbauarten, unter denen magnetische, elektrodynamische, elektroosmotische Verdichter oder auch der Schlauchverdichter hervorgehoben seien, beschließt das Buch.

Gegenüber der zweiten Auflage unterscheidet sich die jetzige Fassung vor allem durch die Berücksichtigung einer großen Zahl von neuen Bau- und Anwendungsweisen, wie sie besonders in Amerika, aber auch in Deutschland und in anderen Ländern entwickelt worden sind. Darunter befinden sich Gewerkekühlschränke, Gefriertruhen, neuartige Getränkeköhler, Tiefkühlschränke, Klimaanlage in Eisenbahnwagen und Autobussen, verschiedene neue Bauarten von automatischen Regelvorrichtungen, von hermetisch gekapselten Verdichtern, Umlaufverdichtern usw. Als Beispiel einer interessanten Neukonstruktion sei nur ein Rippenrohr-

verflüssiger erwähnt, der aus vielen gestanzten Teilen geprägten Rohransätzen zusammengelötet wird, so daß ohne jedes Rohr auskommt. Auch die neueren Kältemaschinen, darunter die Freone, neuartige Stoffpaare für Absorptionskältemaschinen, ferner die Betriebserfahrungen und Leistungen von Kleinkältemaschinen werden ausführlich besprochen als früher.

Das überaus reichhaltige Buch zeichnet sich durch klare und übersichtliche Art der Darstellung aus. Es ist vielen willkommen, ja unentbehrlich sein, die sich in diesem Gebiet der Kleinkältemaschinen einarbeiten oder mit Einzelheiten näher vertraut machen wollen. H. HAUSE

Pungs, L.: Grundzüge der Hochfrequenztechnik, Teil I. (Bücher der Technik. Herausgeber Dr.-Ing. A. KUHLENKAMP.) Hannover: Wissenschaftliche Verlagsanstalt 1949. 100 S. u. 117 Abb. Geb. DMark 8.—.

Über den I. Teil wurde bereits auf S. 341 des Bandes 4 dieser Z. referiert.

Der vorliegende Teil gibt die zweite Hälfte der gleichnamigen Einführungsvorlesung des Verf. an der Technischen Hochschule Braunschweig. Die Auswahl des Stoffes und Art der Behandlung entspricht daher den speziellen, durch den Lehr- und Studienplan der Hochschule gegebenen Bedingungen. Es werden zahlreiche Probleme angeschnitten und im begrenzten Rahmen vielfach nur rein informativ behandelt. Das Buch wird deshalb mehr für den allgemeinen elektrotechnisch interessierten Leser von Bedeutung sein, der spezielle Hochfrequenztechniker wird auf die bereits angekündigte vertiefte Fortsetzung warten müssen. Das Buch handelt im wesentlichen die Theorie der Elektronenröhren, ihre Anwendungen, also statische Kennlinien, Verstärkung, Schwingungserzeugung, Modulation, Demodulation, Übertragung und Laufzeitröhren. H. MEINK